

المختصر المفيد في الفيزياء والكيمياء

للتالث الثانوي المهني

إعداد الاستاذ سامر وهي

2026-2025

الدرس الأول:

الحركة الدائرية

القانون	الوحدة	
الفاصلة الزاوية	θ	rad
نصف القطر	r	m
الفاصلة المنحنية	$s = \theta \cdot r$	m
السرعة الزاوية الوسطية	$\omega_{avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$rad.s^{-1}$ المطلوب حفظ شكل القانون
السرعة الزاوية الانية	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = (\theta)'_t$	$rad.s^{-1}$ له حالتين اما تكون الحركة منتظمة او الحركة متغيرة بانتظام فيحسب من التابع الزمني للسرعة الزاوية
السرعة الخطية	$v = \omega \cdot r$	$m.s^{-1}$ يستخدم لحساب السرعة الخطية في الحركة الدائرية
التسارع الزاوي الوسطي	$\alpha_{avg} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	$rad.s^{-1}$ المطلوب حفظ شكل القانون
التسارع الزاوي الانية	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = (\omega)'_t$	$rad.s^{-2}$ يحسب التسارع الزاوي من التابع
التسارع المماسي	$a_t = \alpha \cdot r$	$m.s^{-2}$ هو المشتق الأول للسرعة الخطية $a_t = (v)'_t$
التسارع الناطمي	$a_c = \frac{v^2}{r}$	$m.s^{-2}$
القوة الجاذبة المركزية	$F_c = m \cdot a_c$	N اذا كان التسارع الزاوي مجهول نستخدم القانون $F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$
الدور	$T = \frac{2\pi}{\omega}$ او $T = \frac{t}{n}$	s وهو الزمن اللازم لإنجاز دورة كاملة
التواتر	$f = \frac{\omega}{2\pi}, f = \frac{1}{T}$	Hz عدد الدورات خلال واحدة الزمن (خلال ثانية واحدة)
عدد الدورات بالدقيقة	$f \times 60$	rpm لحساب التواتر نقسم rpm على 60
زاوية ميلان الطريق	$\tan\theta = \frac{F_c}{W} = \frac{v^2}{rg}$	إذا كانت الزاوية أصغر من $\theta \leq 0.24 rad$ نضع ان $\tan\theta \cong \theta$
ارتفاع طرف الطريق	$h = \sin\theta \times \text{عرض الطريق}$	m
توابع الحركة الدائرية المنتظمة		
السرعة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة	$\omega = 2\pi \cdot f$ او $\omega = \frac{2\pi}{T}$	$rad.s^{-1}$
تابع الفاصلة الزاوية	$\theta = \omega t + \theta_0$	يستخدم لحساب الزاوية التي يمسحها نصف القطر
تابع الفاصلة المنحنية	$s = vt + s_0$	تستخدم لحساب طول المسار الدائري
توابع الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام		
تابع السرعة الزاوية	$\omega = \alpha t + \omega_0$	يستخدم لحساب ω أو α عند وجود تسارع زاوي
تابع الفاصلة	$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$	
التابع اللازمي	$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \cdot \Delta\theta$	يستخدم عندما يكون الزمن مجهول

سؤال: اكتب عناصر شعاع السرعة الزاوية:

الحامل: محور الدوران

الجهة: بجهة ابهام اليد اليمنى تلف بقية الأصابع بجهة الدوران

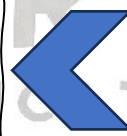
الشدة: القيمة المطلقة للمشتق $(\theta)'$

إذا كانت α و ω بجهة واحدة وتكون $\Delta\omega > 0$ ما طبيعة الحركة					
A	مستقيمة منتظمة	B	دائرية منتظمة	C	دائرية متسارعة
D	دائرية متباطئة				
إذا كانت α و ω باتجاهين متعاكسين وتكون $\Delta\omega < 0$					
A	مستقيمة منتظمة	B	دائرية منتظمة	C	دائرية متسارعة
D	دائرية متباطئة				
يتحرك جسم على مسار دائري بسرعة ثابتة ويكون التسارع الكلي تسارع ناظمي فقط عندما تكون طبيعة الحركة					
A	مستقيمة منتظمة	B	دائرية منتظمة	C	دائرية متسارعة
D	دائرية متباطئة				
في الحركة الدائرية المنتظمة يكون التسارع الكلي هو تسارع:					
A	ناظمي a_c	B	مماسي a_t	C	زاوي α
D	حلزوني				
يكون شعاع السرعة الخطية محمول على					
A	الناظم	B	المماس	C	المسار الدائري
D	على محور الدوران				
يكون شعاع السرعة الزاوية وشعاع التسارع الزاوي محمول على					
A	الناظم	B	المماس	C	المسار الدائري
D	على محور الدوران				

الحركة الدائرية المنتظمة:

سؤال: في الحركة الدائرية المنتظمة أثبت أن التسارع الكلي هو تسارع ناظمي (جاذب مركزي)

$$a = a_c = \frac{v^2}{r}$$

التسارع الزاوي معدوم $\omega = \text{const} \rightarrow \alpha = 0$ التسارع المماسي معدوم $v = \text{const} \rightarrow a_t = 0$ التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ مسألة 1: يتحرك جسم على مسار دائري نصف قطره 0.5 m وبسرعة زاوية $\pi \text{ rad.s}^{-1}$ والمطلوب احسب:

المعطيات

$$\omega = \pi \text{ rad.s}^{-1}, r = 0.5 \text{ m}$$

1- قيمة السرعة الخطية للجسم في أثناء الدوران.

$$v = \omega \cdot r \rightarrow \text{نعوض} \rightarrow v = \pi \times 0.5 = 0.5\pi \text{ m.s}^{-1}$$

2- دور الحركة وتواترها

$$\text{الدور } T = 2 \text{ s} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}, \text{ التواتر } f = 0.5 \text{ Hz} \rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ Hz}$$

3- المسافة المقطوعة خلال 3 دورات

$$\text{نحسب زمن 3 دورات } t = 3T = 3 \times 2 = 6 \text{ s} \text{ نعوض في التابع } s = v \cdot t + s_0 = 0.5\pi \times 6 + 0 = 3\pi \text{ m}$$

$$\text{يمكن أن نعوض قيمة } \pi \text{ بـ } 3.14 \text{ فتصبح المسافة } s = 3 \times 3.14 = 9.42 \text{ m}$$

4- الزاوية التي يمسحها نصف القطر خلال 0.5 ثانية

نستخدم تابع الفاصلة: $\theta = \omega \cdot t + \theta_0 = \pi \times 0.5 + 0 = 0.5\pi \text{ rad} \rightarrow \theta = 0.5\pi \text{ rad}$

5- قيمة التسارع الناظمي علماً أن $\pi^2 \cong 10$

$$a_c = \omega^2 \cdot r \rightarrow a_c = \pi^2 \times 0.5 = 10 \times 0.5 = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

6- شدة القوة الجاذبة المركزية إذا كانت كتلة الجسم 2 kg

$$F_c = m \cdot a_c \rightarrow F_c = 2 \times 5 = 10 \text{ N}$$

الحركة الدائرية المتغيرة بانتظام

مسألة 2: يتحرك جسم على مسار دائري وفق التابع الزمني $\theta = 3t^2 + 2t$ والمطلوب إيجاد ثوابت الحركة ثم حساب السرعة

الزاوية في اللحظة $t = 2$ (فكرة الحل: نكتب التابع المشابه $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t$ ثم نقارن التابعين لإيجاد الثوابت)

الحل: الثوابت السرعة الزاوية الابتدائية $\omega_0 = 2 \text{ rad.s}^{-1}$ التسارع الزاوي $\frac{1}{2}\alpha = 3 \rightarrow \alpha = 2 \times 3 = 6 \text{ rad.s}^{-2}$

حساب السرعة الزاوية نعوض في التابع $\omega = \alpha t + \omega_0 \leftarrow \omega = 6 \times 2 + 2 = 14 \text{ rad.s}^{-1}$

مسألة 3: تتحرك نقطة مادية على مسار دائري بتسارع زاوي ثابت 2 rad.s^{-2} وبفرض أنه في لحظة بدء الزمن كانت فاصلته

الزاوية $\theta_0 = 0$ وسرعتها الزاوية الابتدائية 3 rad.s^{-1} والمطلوب حساب قيمة:

المعطيات

$$\alpha = 2 \text{ rad.s}^{-2} \quad \omega_0 = 3 \text{ rad.s}^{-1}$$

- الفاصلة الزاوية بعد مضي 3 s من بدء الحركة.

الحل: نستخدم تابع الفاصلة $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0 \rightarrow \theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 18 \text{ rad}$

- السرعة الزاوية بعد مضي 5 s من بدء الحركة.

الحل: نستخدم تابع السرعة الزاوية $\omega = \alpha t + \omega_0 \rightarrow \omega = 2 \times 5 + 3 = 13 \text{ rad.s}^{-1}$

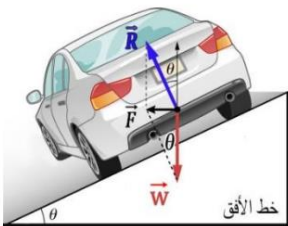
إمالة الطرق عند المنعطفات

س: لماذا تتم إمالة الطرق عند المنعطفات: لكي تجتاز العربة المنعطف الدائري بشكل آمن ولا تنجح نحو خارج المسار

س: ماهي القوى المؤثرة على العربة عند عبور منعطف دائري: قوة الثقل $\vec{W}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$

ما العلاقة المعبرة عن زاوية ميلان المنعطف الدائري:

$$\tan\theta = \frac{F_c}{W} = \frac{v^2}{rg}$$



مسألة 4: تجتاز سيارة منعطفاً دائرياً نصف قطره 250 m ويميل عن الأفق بزاوية θ فإذا كانت

السرعة الخطية للسيارة ثابتة وتساوي 72 km.h^{-1} علماً أن $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ المطلوب حساب:

1- ميل الطريق كي لا تنجح السيارة خارج مسارها.

المعطيات

$$r = 250 \text{ m}, g = 10 \text{ m.s}^{-2} \\ v = 72 \text{ km.h}^{-1} = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{r \cdot g} = \frac{20^2}{250 \times 10} = \frac{400}{2500} = 0.16$$

2- ارتفاع الطرف الخارجي للطريق عن الأفق إذا كان عرض الطريق 4 m .

$\sin\theta \times \text{عرض الطريق} = h$ نعوض $h = 4 \times \sin(0.16)$ بما أن الزاوية صغيرة فإن $\tan\theta \cong \sin\theta \cong \theta$

ومنه يكون $h = 4 \times 0.16 = 0.64 \text{ m}$

مسألة 5: يبدأ القرص الصلب في جهاز الحاسوب دورانه من السكون ليصل إلى أقصى سرعة خلال زمن 1.5s فإذا علمت أن

معدل دوران القرص الصلب يبلغ 7200 rpm (دورة/دقيقة) والمطلوب حساب قيمة:

المعطيات

$$\Delta t = 1.5 \text{ s}, f = \frac{7200 \text{ rpm}}{60} = 120 \text{ Hz}$$

$$4\pi = 12.5$$

1- التسارع الزاوي

2- السرعة الزاوية للقرص.

الحل: لدينا تحويل من دورة بالدقيقة الى الدورة بالثانية (Hz) فيكون $f = 120 \text{ Hz}$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{2\pi f - 0}{1.5} = \frac{2\pi \times 120}{1.5} = 500 \text{ rad.s}^{-2}$$

1- التسارع الزاوي

$$\omega = \alpha t + \omega_0 \rightarrow \omega = 500 \times 1.5 + 0 = 750 \text{ rad.s}^{-1}$$

مسألة 6: يبدأ حوض غسالة آلية بالدوران من السكون ليصل إلى دوران اعظمي 1200 rpm وذلك خلال زمن قدره 10 ثواني

بغية تجفيف الملابس فيها، فإذا كان نصف قطر الحوض 22cm والمطلوب حساب:

المعطيات

$$\Delta t = 10 \text{ s}, f = \frac{1200 \text{ rpm}}{60} = 20 \text{ Hz}$$

$$r = 22 \text{ cm} = 22 \times 10^{-2} \text{ m}$$

1- السرعة الزاوية لدوران الحوض عند الدوران الاعظمي

2- التسارع الزاوي والتسارع المماسي للحوض

3- السرعة الخطية لخروج الماء من ثقب الحوض

الحل:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 20 = 125 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t} = \frac{125 - 0}{10} = 12.5 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$a_t = \alpha \cdot r = 12.5 \times 22 \times 10^{-2} = 2.75 \text{ m.s}^{-2}$$

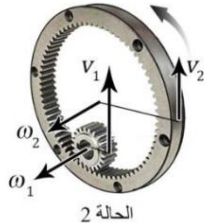
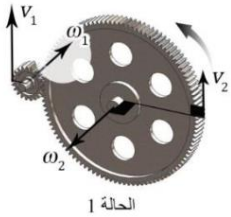
$$v = \omega \cdot r = 125 \times 22 \times 10^{-2} = 27.5 \text{ m.s}^{-1}$$

المسألة 7: مستنان متماسان كما في الشكل المرسوم جانباً حيث: نصف قطر المسنن الكبير $r_2 = 10 \text{ cm}$ ونصف قطر المسنن

الصغير $r_2 = 2.5 \text{ cm}$ ، يتصل المسنن الصغير بمحرك كهربائي فيدور بسرعة زاوية ثابتة تقابل 240 rpm والمطلوب حساب

قيمة السرعة الخطية للمسنن الكبير.

الحل:



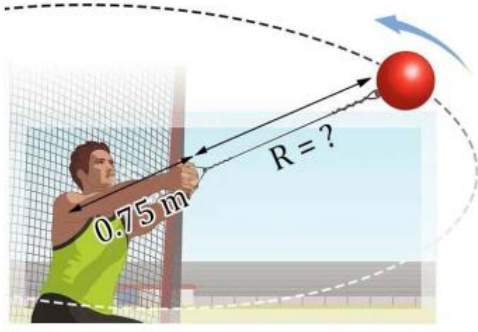
$$\frac{\text{محيط المسنن 1}}{\text{محيط المسنن 2}} = \frac{rpm_2}{rpm_1} \rightarrow \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{rpm_2}{rpm_1}$$

$$\frac{2.5}{10} = \frac{rpm_2}{240} \rightarrow rpm_2 = 60 \rightarrow f_2 = \frac{60}{60} = 1 \text{ Hz}$$

$$v_2 = \omega_2 \cdot r_2 = 2\pi f_2 \cdot r_2 = 2\pi \times 1 \times 0.1 = 0.2\pi \text{ m.s}^{-1}$$

السرعة الخطية للمسنن الكبير

اختر الإجابة الصحيحة:



1- يقوم رياضي برمي كرة معدنية مربوطة بحبل طوله R كما في الشكل المجاور. فإذا كانت سرعة الكرة لحظة انفلاتها من يد المتسابق $v = 27.02 \text{ m.s}^{-1}$ والسرعة الزاوية للمتسابق لحظة الدوران حول نفسه $\omega = 14 \text{ rad.s}^{-1}$ يكون طول الحبل:

1.4m	D	1.3m	C	1.2m	B	1.1m	A
------	---	------	---	------	---	------	---

$$R = \frac{v}{\omega} - 0.75 = \frac{27.02}{14} - 0.75 = 1.2 \text{ m}$$

2- تستخدم الآلة الموضحة بالشكل كمنشار لقطع الحديد ويبلغ عدد دوراته 4800 دورة/الدقيقة، فإذا كان قطر القرص 12 cm فإن السرعة الخطية لنقطة تقع على محيط القرص تساوي:



288m.s ⁻¹	C	30m.s ⁻¹	A
960m.s ⁻¹	D	180m.s ⁻¹	B

المعطيات

$$f = \frac{4800 \text{ rpm}}{60} = 80 \text{ Hz}$$

$$2r = 12 \text{ cm} \rightarrow r = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = 2\pi f r = 2\pi \times 80 \times 6 \times 10^{-2}$$

$$v = 8\pi \times 12 \times 10^{-1} = 25 \times 12 \times 10^{-1}$$

$$v = 300 \times 10^{-1} = 30 \text{ m.s}^{-1}$$

3- تعمل آلة قطع الاخشاب بواسطة محرك كهربائي فعند وضعها قيد التشغيل تبدأ حركتها من السكون بحركة دائرية متغيرة بانتظام بتسارع زاوي ثابت $\alpha = 1.6 \text{ rad.s}^{-2}$ خلال زمن قدره 5 s وبعدها تصبح حركتها دائرية منتظمة، فإذا كان نصف قطر الدوّاب 36 cm فتكون السرعة الخطية للمنشار تساوي:

1.8m.s ⁻¹	C	0.57m.s ⁻¹	A
1.44m.s ⁻¹	D	2.88m.s ⁻¹	B

المعطيات

$$\alpha = 1.6 \text{ rad.s}^{-2}, t = 5 \text{ s}$$

$$r = 36 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\omega = \alpha t + \omega_0 \rightarrow \omega = 1.6 \times 5 = 8 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$v = \omega \cdot r = 8 \times 36 \times 10^{-2} = 2.88 \text{ m.s}^{-1}$$

4- تقطع سيارة مسافة 420 m ويبلغ قطر كل من إطاراتها 42 cm فإن عدد الدورات التي يدورها الإطار في أثناء قطع المسافة

السابقة يساوي:

$\frac{1.5 \times 10^2}{\pi}$ دورة	C	$\frac{5 \times 10}{\pi}$ دورة	A
$\frac{1 \times 10^3}{\pi}$ دورة	D	$\frac{1 \times 10^2}{\pi}$ دورة	B

المعطيات

$$\text{المسافة} = 420 \text{ m}$$

$$2r = 42 \text{ cm} \rightarrow r = 21 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط الاطار}} = \frac{\text{المسافة}}{2\pi r} = \frac{420}{2\pi \times 21 \times 10^{-2}} = \frac{1 \times 10^3}{\pi}$$

التحريك الدوراني

الدرس الثاني:

القانون		الواحدة																	
عزم العطالة	I_{Δ}	$kg.m^2$	عزم عطالة النقطة المادية $I_{\Delta} = mr^2$ m كتلة الجسم r بعد الكتلة عن محور الدوران																
عزم عطالة جسم متناظر حول مركزه (منتصفه) يعطى جاهز $I_{\Delta/c}$																			
نظرية هاينغز	$I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + md^2$		تستخدم عندما يمر محور الدوران من طرف الجسم وليس منتصفه																
<table border="1"> <tr> <th>الحلقة</th><th>القرص</th><th>الساق</th><th>بعد طرق الجسم عن منتصفه</th></tr> <tr> <td>$d = r$</td><td>$d = r$</td><td>$d = \frac{L}{2}$</td><td></td></tr> <tr> <td>$I_{\Delta/c} = mr^2$</td><td>$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$</td><td>$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}mL^2$</td><td>عزم عطالة الجسم حول مركزه</td></tr> <tr> <td>$I_{\Delta} = 2mr^2$</td><td>$I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2$</td><td>$I_{\Delta} = \frac{1}{3}mL^2$</td><td>عزم عطالة الجسم حول محور مار من طرفه</td></tr> </table>				الحلقة	القرص	الساق	بعد طرق الجسم عن منتصفه	$d = r$	$d = r$	$d = \frac{L}{2}$		$I_{\Delta/c} = mr^2$	$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$	$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}mL^2$	عزم عطالة الجسم حول مركزه	$I_{\Delta} = 2mr^2$	$I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2$	$I_{\Delta} = \frac{1}{3}mL^2$	عزم عطالة الجسم حول محور مار من طرفه
الحلقة	القرص	الساق	بعد طرق الجسم عن منتصفه																
$d = r$	$d = r$	$d = \frac{L}{2}$																	
$I_{\Delta/c} = mr^2$	$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$	$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}mL^2$	عزم عطالة الجسم حول مركزه																
$I_{\Delta} = 2mr^2$	$I_{\Delta} = \frac{3}{2}mr^2$	$I_{\Delta} = \frac{1}{3}mL^2$	عزم عطالة الجسم حول محور مار من طرفه																
العزم الحركي	$L = I_{\Delta} \cdot \omega$	$kg.m^2.rad.s^{-1}$	يستخدم القانون لحساب العزم الحركي																
العزم الحركي العبارة الشعاعية	$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$		حفظ فقط الشكل الشعاعي ولا يستخدم في الحسابات والمسائل																
شعاع عزم الدفع	$\Delta \vec{L} = \Sigma \vec{\Gamma} \cdot \Delta t$		نستخدم للحساب القانون $\Delta L = L_2 - L_1$																
نظرية التسارع الزاوي	$\Sigma \Gamma = I_{\Delta} \cdot \alpha$	$m.N$	يستخدم القانون لحساب العزم المحصل $\Sigma \Gamma$ <u>ويسمى القانون العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني</u>																
العلاقة الأساسية في التوازن الدوراني	$\Sigma \Gamma = 0$		يستخدم القانون في الحالة التوازن الدوراني ويصبح $\Gamma_1 = \Gamma_2$																
نص نظرية التسارع الزاوي (للحفظ): إذا دار جسم صلب حول محور ثابت Δ كان العزم المحصل للقوى الخارجية المؤثرة فيه بالنسبة لمحور الدوران مساوياً جداء تسارعه الزاوي في عزم عطالته حول ذلك المحور.																			
سؤال: استنتج بالرموز العلاقة المحدد لعزم عطالة ساق متجانسة طولها $L = 1m$، كتلتها $M = 1.2 kg$ حول محور يمر من نهايتها العلوية وعمودي عليها، إذا علمت أن عزم عطالة الساق حول محور مار من منتصفها $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}ML^2$ ثم احسب قيمته. الحل: محور الدوران يمر من طرف الساق ← <u>نطبق نظرية هاينغز</u> $I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + m \cdot d^2, \quad d = \frac{L}{2}$ $I_{\Delta} = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2$ $I_{\Delta} = \frac{1}{3}ML^2$ $I_{\Delta} = \frac{1}{3}1.2(1)^2$ $I_{\Delta} = 0.4 kg.m^2$ $I_{\Delta} = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$																			
سؤال: استنتج العلاقة المعبرة عن العزم الحركي وما هي واحدتها:																			
الحل: $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ $L = I_{\Delta} \cdot \omega$ وحدة قياس العزم الحركي في الجملة الدولية $(kg.m^2.rad.s^{-1})$ $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{P} \rightarrow L = r \cdot P \cdot \sin \frac{\pi}{2}$ $L = r \cdot P$ $L = r \cdot m \cdot v \rightarrow L = r \cdot m \cdot r \cdot \omega$																			

مسألة:

يبدأ قرص متجانس كتلته $m = 100 \text{ g}$ حركته من السكون حول محور افقي مار من مركزه وعمودي على مستويته بفعل محرك كهربائي ليبلغ سرعة زاوية 20 rad.s^{-1} وبتسارع زاوي ثابت 2 rad.s^{-2} ، فإذا علمت أن عزم عطالة القرص حول محور الدوران 0.002 kg.m^2 والمطلوب:

1- احسب نصف قطر القرص إذا علمت أن عزم عطالته حول محور عمودي على مستويته ومار من مركزه ويعطى بالعلاقة

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$$

2- احسب العزم المحصل للقوى الخارجية.

3- احسب تغير العزم الحركي للقرص خلال الفترة الزمنية السابقة

الحل:

• نحسب نصف القطر من قانون عزم العطالة

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$$

$$2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times r^2$$

$$r = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$\Sigma \Gamma = I_{\Delta} \alpha$$

$$\Sigma \Gamma = 2 \times 10^{-3} \times 2 = 4 \times 10^{-3} \text{ m.N}$$

• حساب العزم المحصل:

• حساب تغير العزم الحركي

$$\Delta L = L_2 - L_1 \rightarrow \Delta L = I_{\Delta}(\omega_2 - \omega_1)$$

$$\Delta L = 2 \times 10^{-3}(20 - 0) = 4 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2.\text{rad.s}^{-1}$$

$$\Delta L = 4 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2.\text{rad.s}^{-1}$$

حل اختبر نفسي للدرس الثاني التحريك الدوراني:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1- عزم عطالة ساق متجانسة كتلتها M وطولها L حول محور دوران يمر من طرفها العلوي حيث

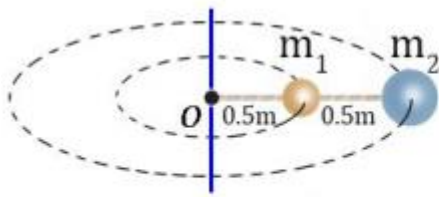
$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}ML^2 \text{ يعطى بالعلاقة:}$$

$\frac{1}{4}ML^2$	D	$\frac{1}{3}ML^2$	C	$\frac{1}{2}ML^2$	B	$\frac{1}{12}ML^2$	A
-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---	--------------------	---

2- عزم عطالة قرص متجانس نصف قطره R وكتلته m حول محور دوران يمر من نقطة تقع على محيطه حيث

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2 \text{ يعطى بالعلاقة:}$$

$\frac{1}{3}mr^2$	D	$\frac{3}{2}mr^2$	C	$\frac{1}{2}mr^2$	B	$\frac{2}{3}mr^2$	A
-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---



3- نربط كرة أولى كتلتها $m_1 = \frac{1}{4} \text{ kg}$ بخيط مهمل الكتلة طوله

$l=0.5\text{m}$ إلى ساق تدور حول محور شاقولي بسرعة زاوية ثابتة في مستو أفقي ثم نربط بالكرة الأولى كرة ثانية كتلتها

$m_2 = \frac{1}{2} \text{ kg}$ بخيط مماثل طوله $l=0.5\text{m}$ فإن عزم عطالة الجملة

يساوي:

طريقة الحل:

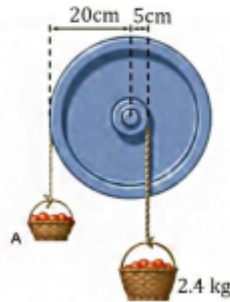
$$I_{\text{جملة}} = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} \rightarrow I_{\text{جملة}} = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2$$

$$I_{\text{جملة}} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot (1)^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$r_1 = 0.5 = \frac{1}{2} m$$

$$r_2 = 0.5 + 0.5 = 1m$$

$\frac{6}{16} \text{ kg.m}^2$	D	$\frac{9}{16} \text{ kg.m}^2$	C	$\frac{8}{6} \text{ kg.m}^2$	B	$\frac{3}{4} \text{ kg.m}^2$	A
-------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---



4- عُقَّتْ سَلْتَا فَوَاكِهِ بِحَبْلَيْنِ يَمْرَانِ عَلَى بَكْرَتَيْنِ قَطْرَاهُمَا كَمَا هُوَ مَوْضِحٌ بِالشَّكْلِ فَاتَزَنَتَا فَإِنْ كَتَلَةُ السَّلَّةِ A :

طريقة الحل:

$$m_A \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2 \rightarrow m_A \times 20 = 2.4 \times 5$$

$$m_A = \frac{2.4 \times 5}{20} = 0.6 \text{ kg}$$

0.96 kg	D	1.2 kg	C	0.6 kg	B	0.9 kg	A
---------	---	--------	---	--------	---	--------	---

مسألة (1)

تتألف عجلة دراجة هوائية من حلقة معدنية كتلتها مع الإطار $m = 2 \text{ kg}$

ونصف قطرها $r = 0.3 \text{ m}$ وتحوي 36 سلك معدني كتلة كل سلك $M = 0.006 \text{ kg}$

وطوله $L = 0.3 \text{ m}$ علماً أن عزم عطالة الحلقة حول مركز عطالتها يعطى

بالعلاقة $I_{\Delta/C} = m r^2$ وعزم عطالة كل سلك حول مركز عطالته يعطى

بالعلاقة $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} m' L^2$. المطلوب: احسب عزم عطالة عجلة الدراجة.



الحل: عزم العطالة الكلي هو عزم عطالة الحلقة المعدنية + عزم عطالة السلك (معلق من طرفه) $36 \times$

$$I_{\Delta/c} = m \cdot r^2 \rightarrow I_{\Delta/c} = 2 \times (0.3)^2 = 2 \times 9 \times 10^{-2} = 18 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

عزم عطالة السلك (معلق من طرفه لذلك نطبق نظرية هاينغز) $I_{\Delta} = I_{\Delta/c} + m \cdot d^2$

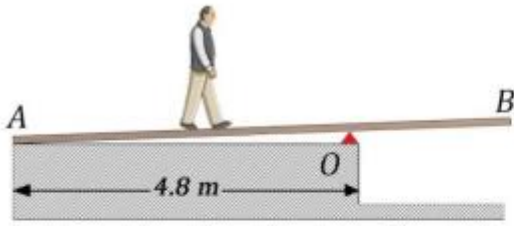
$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} m l^2 \rightarrow I_{\Delta} = \frac{1}{3} \times 0.006 \times (0.3)^2 = 18 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

$$I_{\text{جملة}} = I_{\Delta(\text{حلقة})} + 36 \times I_{\Delta(\text{سلك})}$$

$$I_{\text{جملة}} = 18 \times 10^{-2} + 36 \times 18 \times 10^{-5} \rightarrow I_{\text{جملة}} = 18 \times 10^{-2} + 648 \times 10^{-5}$$

$$I_{\text{جملة}} = 18 \times 10^{-2} + 0.648 \times 10^{-2} = 18.648 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

مسألة (2)



يبدأ شخص كتلته $m_1 = 60 \text{ kg}$ بالسير على لوح خشبي طوله $L = 7.2 \text{ m}$ وكتلته $m_2 = 24 \text{ kg}$ منطلقاً من النقطة A وصولاً للنقطة O حسب الشكل الموضح بالشكل: ما هي أبعد مسافة عن النقطة O يستطيع الوصول إليها بحيث يبقى اللوح الخشبي متوازناً؟

الحل:

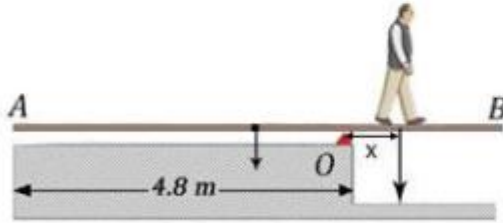
شرط التوازن الدوراني: $\sum \vec{F} = 0$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

نختار جهة موجبة للدوران عكس عقارب الساعة:

$$(4.8 - \frac{L}{2}) \times m_2 g - x m_1 g = 0$$

$$x = 0.48 \text{ m}$$



مسألة (4)



يجلس رياضي على كرسي دوار يدور بسرعة زاوية ثابتة قدرها $\omega_1 = 4.614 \text{ rad.s}^{-1}$ ويبلغ عزم عطالته حول محور الدوران $I_1 = 0.36 \text{ kg.m}^2$ ، وعندما يمد ذراعيه نحو الخارج يصبح عزم عطالته الجديد $I_2 = 1.8456 \text{ kg.m}^2$ فما قيمة سرعته الزاوية الجديدة؟

الحل: إن شعاع العزم الحركي ثابت (لأن السرعة الزاوية ثابتة)

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \Rightarrow L_i = L_f$$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$0.36 \times 4.614 = 1.8456 \times \omega_2$$

$$\omega_2 = 0.9 \text{ rad.s}^{-1}$$

مسألة (5)



عادة ما يصاب أحد إطارات السيارة بنقص الكتلة الأمر الذي يؤدي إلى اهتزازات وارتجاج بجسم السيارة مما يسبب عدم ثبات السيارة على الطريق لذلك نعمل على عملية الترصيص أو وزن للإطار ويقصد بترصيص إطار السيارة توزيع موحد لكتلة الإطار على محيطه كي ينطبق مركز ثقل الإطار على محور الدوران: تبلغ كتلة إطار إحدى السيارات $m = 15 \text{ kg}$ ونصف قطره $r = 16 \text{ cm}$ وعزم عطالة الإطار في الحالة الطبيعية

$I_A = 0.192 \text{ kg.m}^2$ وعند قيام الفني بقياس عزم عطالة الإطار وجد أنه يساوي $I'_A = 0.19136 \text{ kg.m}^2$ بسبب نقص كتلة الإطار في الجانب الداخلي له.

احسب الكتلة الواجب إضافتها للإطار حتى ينطبق مركز ثقله على محور الدوران. علماً أن عزم عطالة الإطار

$$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2} m r^2$$

الحل: إن عزم عطالة الإطار:

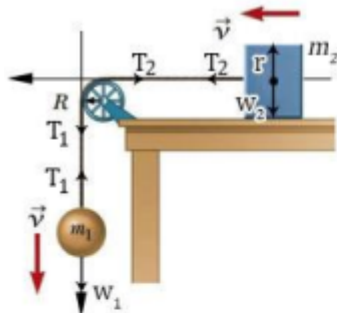
$$I_A = I'_A + m' r^2$$

$$0.192 = 0.19136 + m' (16 \times 10^{-2})^2$$

$$64 \times 10^{-5} = m' \times 256 \times 10^{-4}$$

$$m' = 0.025 \text{ kg} = 25 \text{ g}$$

مسألة (3)



تتحرك الكتلة m_2 بدءاً من السكون على سطح طاولة دون احتكاك بتأثير هبوط الكرة m_1 نحو الأسفل، حيث ترتبط الكتلتان بخيط مهمل الكتلة لا يمتد يمر على محز بكرة كتلتها M ونصف قطرها R المطلوب: استنتاج التسارع الخطي للجملة علماً أن عزم عطالة البكرة حول محور مار من مركزها يساوي $I_A = M R^2$

الحل:

نطبق العلاقة الأساسية بالتحريك الإنسحابي على الكتلة m_2 : $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a}$

$$\vec{T}_2 + \vec{r} + \vec{W}_2 = m_2 \vec{a}$$

$$T_2 = m_2 a \quad \dots\dots\dots(1)$$

نطبق العلاقة الأساسية بالتحريك الإنسحابي على الكتلة m_1 :

$$\vec{T}_1 + \vec{W}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$W_1 - T_1 = m_1 a \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$W_1 + T_2 - T_1 = (m_1 + m_2) a \quad \dots\dots\dots(3)$$

بجمع العلاقتين (1) و (2) نجد:

نطبق العلاقة الأساسية بالتحريك الدوراني على البكرة: $\sum \vec{F} = I_A \alpha$

$$R T_1 - R T_2 = I_A \alpha$$

$$R (T_1 - T_2) = M R^2 \frac{a}{R}$$

$$T_1 - T_2 = M a \quad \dots\dots\dots(4)$$

نجمع العلاقتين (3) و (4) نجد:

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + M}$$

القانون	الوحدة	
سعة الاهتزاز	X_{max}	(m) تعطى صراحة او تحسب من $X_{max} = \frac{\text{قطعة مستقيمة}}{2}$
المطال	x	(m) وهو بعد الجسم عن مركز الاهتزاز
النبض الخاص	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	rad.s^{-1} يجب حساب النبض الخاص في كل مسألة
الطور البدائي	φ	(rad) نوجد قيمته من شروط البدء
الزمن	t	(s)
ثابت صلابة النابض	$k = m \cdot \omega_0^2$	(N.m^{-1})
المعادلة التفاضلية التي تصف حركة النواس المرن	$(x)''_t = -\frac{k}{m}x$	وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية حلها جيبى
التابع الزمني للمطال	$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$	(m) تابع المطال هو حل المعادلة التفاضلية
التابع الزمني للسرعة	$v = (x)'_t$ $v = -\omega_0 X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$(m.s^{-1})$ وهو المشتق الأول لتابع المطال (حفظ) يستخدم لحساب سرعة الكتلة المعلقة بالنابض عند مرور معين من مركز الاهتزاز
التابع الزمني للتسارع	$a = (x)''_t$ $a = -\omega_0^2 \cdot X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$	$(m.s^{-2})$ وهو المشتق الثاني لتابع المطال (حفظ)
قانون التسارع	$a = -\omega_0^2 \cdot x$	$(m.s^{-2})$ يستخدم القانون لحساب التسارع عند موضع x
الدور الخاص	$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, $T_0 = \frac{t}{n}$	(s) وهو زمن هزة واحدة ويمكن حسابه من $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$
قوة الارجاع	$F = -kx$	(N) قوة الارجاع تعيد الكتلة المعلقة بالنواس الى مركز الاهتزاز وإذا طلب حساب شدة قوة الارجاع يكون الناتج موجب حصراً أي $F = -kx$
الاستطالة السكونية	$x_0 = \frac{m \cdot g}{k}$	(m)
السرعة العظمى	$v_{max} = -\omega_0 \cdot X_{max}$	$(m.s^{-1})$ وهي سرعة النواس عند المرور من مركز الاهتزاز إذا طلب حساب السرعة العظمى طويلاً يكون الناتج موجب حصراً حيث $v_{max} = \omega_0 \cdot X_{max}$
السرعة عند موضع معين x	$v = \omega_0 \sqrt{(X_{max}^2 - x^2)}$	$(m.s^{-1})$ يتحرك النواس بالاتجاه الموجب يعني $v > 0$ يتحرك النواس بالاتجاه السالب يعني $v < 0$
الطاقة الكامنة المرونية	$E_p = \frac{1}{2} kx^2$	(J) E_p عظمى عند الوضعين الطرفيين
الطاقة الحركية	$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $E_k = E - E_p = \frac{1}{2} k(X_{max}^2 - x^2)$	(J) E_k عظمى عند مركز الاهتزاز يستخدم لحساب الطاقة الحركية عند موضع معين x
الطاقة الميكانيكية	$E = E_k + E_p$, $E = \frac{1}{2} kX_{max}^2$	(J) الطاقة الميكانيكية مقدار ثابت

السؤال الأول: اكتب التابع الزمني للمطال وما دلالة الرموز مع الواحدات ومتى يكون المطال اعظمي ومتى يكون معدوم:

$$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{الجواب:}$$

x المطال واحدته (m) ، X_{max} سعة الاهتزاز واحدتها (m) ، ω_0 : النبض الخاص واحدتها (rad.s^{-1}) ، φ : الطور البدائي واحدته (rad)

يكون المطال اعظمي طويلاً عند الوضعين الطرفيين $x = |\pm X_{max}|$ يكون المطال معدوم في مركز الاهتزاز $x = 0$

السؤال الثاني: انطلاقاً من التابع الزمني للمطال $x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ استنتج تابع السرعة متى تكون عظمى ومتى يكون معدومة:

$$v = (x)'_t \rightarrow v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{الجواب:}$$

تكون السرعة عظمى طويلاً عند مركز الاهتزاز $v = |\pm \omega_0 X_{max}|$ وتكون السرعة معدومة عند الوضعين الطرفيين $v = 0$

السؤال الثالث: انطلاقاً من التابع الزمني للمطال $x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ استنتج تابع التسارع متى يكون اعظمي ومتى يكون معدوم:

$$a = (v)'_t \rightarrow a = (x)''_t \rightarrow a = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{الجواب:}$$

يكون التسارع اعظمي طويلاً عند الوضعين الطرفيين $a_{max} = |\pm \omega_0^2 X_{max}|$ يكون التسارع معدوم في مركز الاهتزاز $a = 0$

السؤال الرابع: نابض مرن شاقولي، مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، ثابت صلابته k ، مثبت من أحد طرفيه، ويحمل بطرفه الآخر كرة صغيرة كتلتها m والمطلوب: 1- ما القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرة وهي متزنة؟ وما محصلتها.

2- نشد الكرة نحو الأسفل مسافة مناسبة ضمن حدود مرونة النابض، ونتركها دون سرعة ابتدائية، أثبت أن محصلة القوى الخارجية

المؤثرة في مركز عطالة الكرة هي قوة ارجاع تعطى بالعلاقة $F = -kx$

الجواب: الطلب الأول: 1- قوة الثقل $\vec{W}$ 2- قوة توتر النابض $\vec{F}_{s0}$ محصلة القوى معدومة $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ الطلب الثاني:

حالة الحركة: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\vec{W} + \vec{F}_s = m \cdot \vec{a}$ بالإسقاط (وفق محور شاقولي له منحى وجهة $\vec{W}$) $W - F_s = ma$ يتأثر النابض بقوة F'_s تسبب له الاستطالة $(x_0 + x)$ $F'_s = F_s = k(x_0 + x)$ $W - k(x_0 + x) = ma$ $kx_0 - kx_0 - kx = ma$ $F = -kx$	حالة السكون: $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ $\vec{W} + \vec{F}_{s0} = \vec{0}$ بالإسقاط (وفق محور شاقولي له منحى وجهة $\vec{W}$) $W - F_{s0} = 0$ يتأثر النابض بقوة F'_{s0} تسبب له الاستطالة x_0 $F'_{s0} = F_{s0} = kx_0$ $W = kx_0$
--	---

محصلة القوى هي قوة ارجاع لأنها تعيد الجسم الى مركز الاهتزاز دوماً، وهي تتناسب طردياً مع المطال x وتعاكسه بالإشارة

السؤال الخامس: انطلاقاً من العلاقة $(x)''_t = -\frac{k}{m}x$ اثبت أن طبيعة حركة النواس المرن حركية جيبية انسحابية (أو يأتي السؤال استنتج طبيعة حركة النواس المرن)

الجواب: $(x)''_t = -\frac{k}{m}x$ (1) وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبية من الشكل

$$x = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن للتأكد

$$a = (x)''_t = -\omega_0^2 X_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(x)''_t = -\omega_0^2 x \quad (2)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0 \leftarrow \text{نجد أن } \omega_0^2 = \frac{k}{m} \text{ و (2) و (1) بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن } \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

وهذا محقق لأن k, m موجبان ومنه حركة النواس المرن هي حركة جيبية انسحابية (هزارة توافقية بسيطة)

السؤال السادس: استنتج علاقة الدور الخاص في النواس المرن وما العوامل المؤثرة فيه

الجواب: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ بالمساواة بين العلاقتين نجد

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

العوامل المؤثرة: يتناسب الدور الخاص طردياً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز m

يتناسب الدور الخاص عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض k

لا يتعلق الدور الخاص بسعة الاهتزاز $X_{\max}$

السؤال السابع: في النواس المرن الطاقة الميكانيكية مجموع طاقتين حركية وكامنة أثبت أن الطاقة الميكانيكية مقدار ثابت

الجواب:

الطاقة الميكانيكية للنواس المرن هي مجموع الطائقتين: الكامنة

$$E_{\text{tot}} = E_p + E_k \quad (1)$$

والحركية: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$ هي $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ نعوض

تابع المطال:

$$E_p = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الطاقة الحركية للجسم هي $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ نعوض تابع السرعة

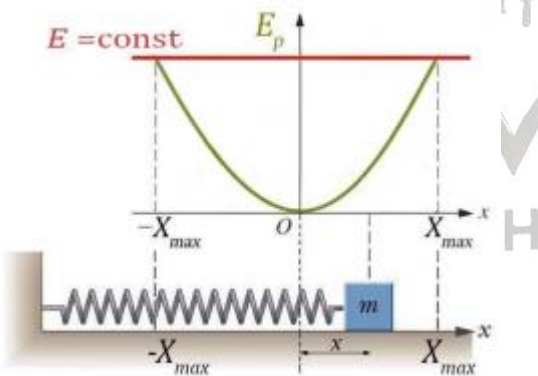
$$E_k = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_{\max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نعوض في (1):

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_{\max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2} k X_{\max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 = \text{const}$$



السؤال الثامن: حدد المواضع التي تكون فيها كل من الطّاقّتين الحركيّة والكامنة 1- عظمى 2- معدومة

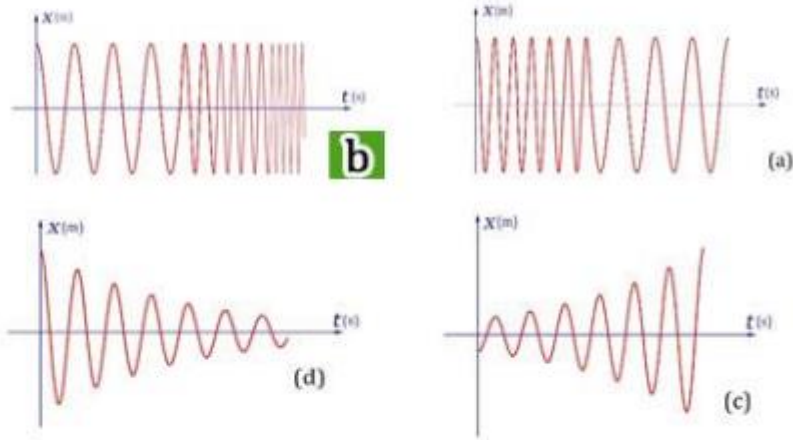
في مركز الاهتزاز: الطاقة الحركة تكون عظمى والطاقة الكامنة معدومة

في الوضعين الطرفيين: الطاقة الحركية معدومة والطاقة الكامنة عظمى

الدرس الثالث الحركة التوافقية البسيطة

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1- نؤلف نواساً مرناً من نابض حلقاته متباعدة ودلو يحوي ماء يهتز بدور T_0 ، وفي لحظة ما حدث ثقب في الدلو فإنّ الرسم البياني الذي يعبر عن تغيّر المطال مع الزمن في هذه الحالة هو:



الجواب هو: (b) لأن الدور يتناسب طراداً مع الجذر الربيعي للكتلة و بالتالي نقص الكتلة يؤدي إلى تناقص الدور أي ازدياد التواتر.

2- تابع المطال الذي يصف حركة الهزازة الجيبية في الشكل

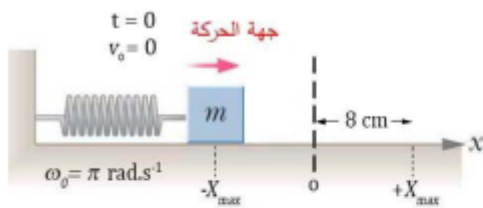
المجاور هو:

$$x = 0.08 \cos(\pi t + \pi) \quad (a)$$

$$x = 8 \cos(\pi t - \pi) \quad (b)$$

$$x \equiv 0.008 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad (c)$$

$$x = 0.8 \cos \pi t \quad (d)$$



3- الرسم البياني جانباً يمثّل تغيّرات السرعة مع الزمن لجسم مرتبط

بنابض مرّن يتحرّك بحركة توافقية بسيطة،

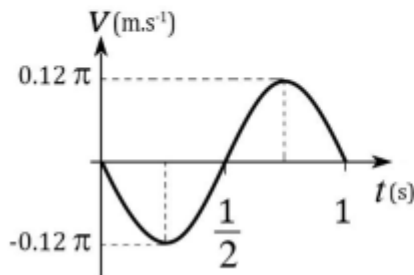
فيكون التابع الزمني للسرعة هو:

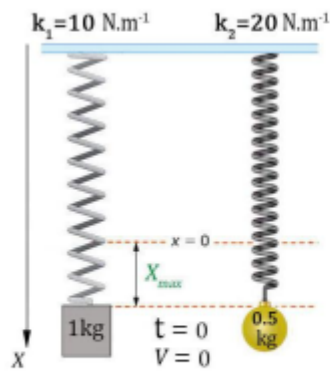
$$v = 0.06 \pi \cos \pi t \quad (a)$$

$$v = -0.06 \pi \cos 2 \pi t \quad (b)$$

$$v = -0.12 \pi \sin 2 \pi t \quad (c)$$

$$v = 0.12 \pi \sin \pi t \quad (d)$$





4- يمثل الشكل المجاور هزاتان توافقيتان تنطلقان من الموضع نفسه، وفي اللحظة نفسها، فإنهما بعد مضي $3s$ من بدء حركتهما:

(a) تلتقيان في مركز الاهتزاز.

(b) تلتقيان في الموضع $+X_{max}$.

(c) لا تلتقيان لأن مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.

(d) لا تلتقيان لأن مطال الأولى $-X_{max}$ ومطال الثانية $+X_{max}$.

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية

1- أثبت صحة العلاقة: $v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة.

الجواب: لدينا من تابع المطال ومن تابع السرعة:

$$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi) \Rightarrow \cos^2(\omega_0 t + \phi) = \frac{x^2}{X_{max}^2} \dots (1)$$

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \phi) \Rightarrow \sin^2(\omega_0 t + \phi) = \frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} \dots (2)$$

نجمع (1) مع (2) فنجد:

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} + \frac{x^2}{X_{max}^2} &= 1 \\ v^2 + x^2 \omega_0^2 &= \omega_0^2 X_{max}^2 \\ v &= \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2} \end{aligned}$$

2- نابض مرن مهل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت

صلابته k ، مثبت من أحد طرفيه، ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على سطح أفقي أملس، كما في الشكل المجاور، نشد الجسم مسافة أفقية مناسبة، ونتركه دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

(a) ادرس حركة الجسم، واستنتج التابع الزمني للمطال.

(b) استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل من الموضعين A و B :

$$x_A = -\frac{X_{max}}{2} \text{ و } x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \text{، ماذا تستنتج؟}$$

الجواب:

(a) من العلاقة الأساسية بالتحريك الانسحابي: $\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$$\vec{O\ddot{X}} = \vec{F}_s + \vec{R} + \vec{w} = m \vec{a}$$

$$-F_s = m a \Rightarrow -kx = m (x)''$$

$$(x)'' = -\frac{k}{m} x$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل $x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$ وهو التابع الزمني للمطال.

(b)

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

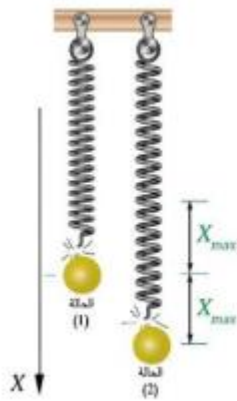
$$E_k = \frac{1}{2} k X_{\max}^2 - \frac{1}{2} k x^2 \quad \text{من المعادلة:}$$

$$E_k = \frac{1}{2} k (X_{\max}^2 - x^2)$$

$$E_k = \frac{3}{8} k X_{\max}^2 \Leftarrow E_k = \frac{1}{2} k (X_{\max}^2 - \frac{X_{\max}^2}{4}) \quad \text{من أجل } x_A = -\frac{X_{\max}}{2} \text{ نعوض فنجد}$$

$$E_k = \frac{1}{4} k X_{\max}^2 \Leftarrow E_k = \frac{1}{2} k (X_{\max}^2 - \frac{X_{\max}^2}{2}) \quad \text{من أجل } x_B = +\frac{X_{\max}}{\sqrt{2}} \text{ نعوض فنجد}$$

نستنتج أن الطاقة الحركية في الموضع A أكبر من الطاقة الحركية في الموضع B



3- جسم معلق بنابض مرّن شاقولي حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص، ما نوع حركة

الجسم؟ ولماذا؟ بعد انفصاله عن النابض في:

(a) مركز الاهتزاز، وهو يتحرك بالاتجاه السالب؟

(b) المطال الأعظمي الموجب؟

الحل: (a) قذف شاقولي نحو الأعلى.

لأن $\sum \vec{F} = 0$ والجسم معه سرعة نحو الأعلى

(b) سقوط حر

لأن الجسم يخضع بعد الانفصال يخضع لقوة ثقله فقط وسرعته معدومة

ثالثاً: حلّ المسائل الآتية: (في جميع المسائل $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، $\pi^2 = 10$ ، $4\pi = 12.5$)

المسألة الأولى:

تتألف هزازة جيبية بسيطة من نابض مرّن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ ، مثبت من

أحد طرفيه، ويحمل في طرفه الآخر جسم كتلته m ، ويعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة $x = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

. المطلوب:

1- أوجد قيم ثوابت الحركة ودورها الخاص.

2- احسب كتلة الجسم m .

3- احسب قيمة السرعة في موضع مطاله $x = 6 \text{ cm}$ ، والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور.

الحل:

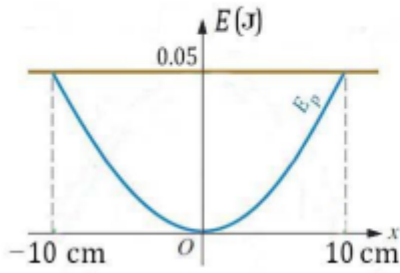
1- ثوابت الحركة: نطابق مع التابع الزمني فنجد: $(X_{\max} = 0.1 \text{ m} , \omega_0 = \pi \text{ rad.s}^{-1} , \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad})$

2- من العلاقة: $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} \Rightarrow m = \frac{10}{\pi^2} = 1 \text{ kg}$

3- من العلاقة: $v = \omega_0 \sqrt{X_{\max}^2 - x^2} \Rightarrow v = \pi \sqrt{(0.1)^2 - (0.06)^2} = +0.08 \pi \text{ m.s}^{-1}$

المسألة الثانية:

يوضح الرسم البياني المجاور تغيّرات الطاقة الكامنة بتغيّر الموضع لهزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرّن حلقاته متباعدة ثابت صلابته k معلق به جسم كتلته 0.4 kg . المطلوب:



1- استنتج قيمة ثابت صلابة النابض k .

2- احسب الدور الخاص للحركة.

3- احسب قيمة السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز.

الحل:

1- من العلاقة $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k X_{\text{max}}^2 \Rightarrow 0.05 = \frac{1}{2} k (0.1)^2 \Rightarrow k = 10 \text{ N.m}^{-1}$

2- حساب الدور الخاص: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{10}} \Rightarrow T_0 = 4\pi \times 10^{-1} = 1.25 \text{ s}$

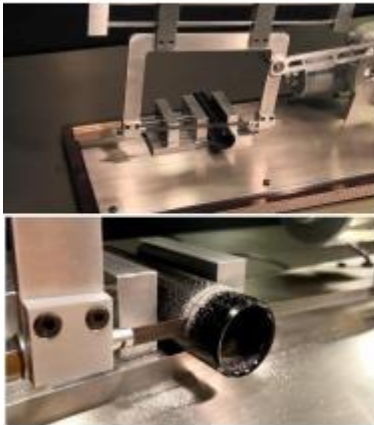
3- عند المرور بمركز الاهتزاز السرعة عظمى: $v_{\text{max}} = |\pm \omega_0 X_{\text{max}}|$ لنحسب ω_0

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4\pi \times 10^{-1}} = 5 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$v_{\text{max}} = |\pm 5 \times 0.1| = 0.5 \text{ m.s}^{-1}$$

المسألة الثالثة:

نريد قطع أسطوانة معدنية باستخدام منشار كهربائي مخصص لذلك فإذا فرضنا أنّ حركة المنشار توافقية بسيطة حيث يرسم المنشار أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها 16 cm ويستغرق لقطع تلك المسافة زمناً قدره 0.5 sec وقد بدأ حركته في اللحظة $t = 0$ دون سرعة ابتدائية، وهو في مطاله الأعظمي الموجب. المطلوب:



1- أوجد التابع الزمني لحركة المنشار انطلاقاً من شكله العام.

2- احسب قيمة سرعة المنشار لحظة مروره الأول في مركز الاهتزاز.

3- إذا افترضنا أن قطر الأسطوانة المراد قطعها 5 cm ويتم نشر 0.5 mm في كل ثانية من قطرها فما هو الزمن اللازم لقطع تلك الأسطوانة كاملة؟

الحل: التابع الزمني $x = X_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

1- إيجاد ثوابت الحركة: $2X_{\text{max}} = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow X_{\text{max}} = 0.08 \text{ m}$

$$\frac{T_0}{2} = 0.5 \Rightarrow T_0 = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

إيجاد φ : من شروط البدء: ($t = 0, x = X_{\text{max}}$) نعوض بالتابع الزمني:

$$X_{\text{max}} = X_{\text{max}} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$x = 0.08 \cos 2\pi t$$

2- تابع السرعة $v = -0.08\pi \sin 2\pi t$ وعند المرور بالمركز ينقضي زمن ربع دور:

$$v = -0.08\pi \sin 2\pi \times \frac{1}{4} \Rightarrow v = -0.08\pi \text{ m.s}^{-1}$$

3- كل 1 ثانية يتم نشر 0.05 cm

$$t = \frac{5 \times 1}{0.05} = 100 \text{ s} \leftarrow \text{كل } t \text{ ثانية يتم نشر } 5 \text{ cm}$$

المسألة الرابعة:

نشغل هزازة توافقية بسيطة من جسم كتلته $m = 1\text{kg}$ معلق بطرف نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة فينجز 10 هزات خلال 8s ، ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها 24cm . المطلوب:

- 1- استنتج قيمة الاستطالة السكونية لهذا النابض، ثم احسب قيمتها.
- 2- احسب قيمة السرعة العظمى (طويلة).
- 3- احسب قيمة التسارع في مطال $x = 10\text{cm}$.
- 4- احسب الطاقة الكامنة المرونية في موضع مطاله $x = -4\text{cm}$ ، واحسب الطاقة الحركية عندئذ.

الحل:

1- من العلاقة: لنحسب الدور ومن ثم النبض

$$T_0 = \frac{\text{الزمن الكلي}}{\text{عدد الهزات}} = \frac{8}{10} = 0.8\text{s} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{\pi}{0.4} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$kx_0 = mg \Rightarrow x_0 = \frac{m}{k} g = \frac{g}{\omega_0^2} = \frac{10}{\frac{\pi^2}{0.16}} = 0.16\text{m}$$

2- قيمة السرعة العظمى: إن قيمة $2X_{\max} = 24 \times 10^{-2} \Rightarrow X_{\max} = 0.12\text{m}$

$$v_{\max} = |\mp \omega_0 X_{\max}| = \left| \mp \frac{\pi}{0.4} \times 0.12 \right| = 0.3\pi \text{ m.s}^{-1}$$

3- حساب قيمة التسارع في مطال $x = 10\text{cm}$:

$$a = -\omega_0^2 x = -\left(\frac{\pi}{0.4}\right)^2 (0.1) = -6.25 \text{ m.s}^{-2}$$

4- حساب الطاقة الكامنة المرونية في موضع مطاله $x = -4\text{cm}$ ، والطاقة الحركية:

$$\text{لنحسب ثابت صلابة النابض: } k = m \omega_0^2 = 1 \times \frac{\pi^2}{0.16} = 62.5 \text{ N.m}^{-1}$$

$$\text{الطاقة الكامنة المرونية } E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (-0.04)^2 = 0.05 \text{ J}$$

$$\text{الطاقة الكلية } E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} kX_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (0.12)^2 = 0.45 \text{ J}$$

$$\text{والطاقة الحركية: } E_k = E_{\text{tot}} - E_p = 0.45 - 0.05 = 0.4 \text{ J}$$

المسألة الخامسة:

تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 16 \text{ N.m}^{-1}$ ، بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص 1 s ، وبسعة اهتزاز $X_{\max} = 0.1 \text{ m}$ ، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالها $\frac{X_{\max}}{\sqrt{2}}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب. المطلوب:

- 1- استنتج التابع الزمني لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العام.
- 2- عيّن لحظتي المرور الأول والثالث للكرة في موضع التوازن.
- 3- احسب شدة قوة الارجاع في نقطة مطالها $x = +0.1 \text{ m}$
- 4- احسب كتلة الكرة.

الحل:

1- إيجاد ثوابت الحركة:

- من النص نلاحظ أن $X_{\max} = 0.1 \text{ m}$
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$
- إيجاد φ : من شروط البدء حيث $(t = 0, x = \frac{X_{\max}}{\sqrt{2}})$ نعوض بالتابع الزمني:

$$x = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{فنجد:}$$

$$\frac{X_{\max}}{\sqrt{2}} = X_{\max} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4}$$

نختار قيمة φ التي تعطي سرعة سالبة وهي القيمة $\varphi = +\frac{\pi}{4}$

$$x = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{4}) \quad \text{ويصبح التابع الزمني هو}$$

2- تعيين لحظتي مرور الكرة في موضع التوازن: من تابع السرعة:

$$v = -\omega_0 X_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{نعوض ثوابت الحركة:}$$

$$v = -2\pi(0.1) \sin(2\pi t + \frac{\pi}{4})$$

وعند المرور بموضع التوازن تكون السرعة عظمى أي: $\sin(2\pi t + \frac{\pi}{4}) = 1$

$$\sin(2\pi t + \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$t = \frac{1}{8} + \frac{n}{2}$$

$$t_1 = \frac{1}{8} \text{ s} \Leftarrow n = 0 \quad \text{من أجل المرور الأول}$$

$$t_2 = \frac{5}{8} \text{ s} \Leftarrow n = 1 \quad \text{من أجل المرور الثاني}$$

$$t_3 = \frac{9}{8} \text{ s} \Leftarrow n = 2 \quad \text{من أجل المرور الثالث}$$

$$F = -k x = -16 \times 0.1 = -1.6 \text{ N} \Rightarrow F = 1.6 \text{ N} \quad \text{3- حساب شدة قوة الارجاع:}$$

4- حساب كتلة الكرة: من العلاقة

$$m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{16}{4\pi^2} = 0.4 \text{ kg}$$

المسألة السادسة:

نشكل هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن، شاقولي مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$ مثبت من إحدى نهايتيه إلى نقطة ثابتة، ويحمل بنهايته الثانية جسم كتلته $m = 0.1 \text{ kg}$ فإذا علمت أن مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم في مركز التوازن، وهو يتحرك بالاتجاه السالب بسرعة $v = -3 \text{ m.s}^{-1}$. المطلوب:

- 1- احسب نبض الحركة.
- 2- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة
- 3- احسب شدة قوة الارجاع عند المطال الأعظمي الموجب

الحل:

$$1- \text{ حساب نبض الحركة من العلاقة: } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = 10 \text{ rad.s}^{-1}$$

2- استنتاج التابع الزمني لمطال الحركة:

$$\bullet \text{ استنتاج } X_{\max}: v_{\max} = -\omega_0 X_{\max} \Rightarrow -3 = -10 X_{\max} \Rightarrow X_{\max} = 0.3 \text{ m}$$

$$\bullet \text{ إيجاد } \varphi: \text{ من شروط البدء حيث } (t=0, x=0) \text{ نعوض بالتابع الزمني:}$$

$$x = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ فنجد:}$$

$$0 = X_{\max} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\text{نختار قيمة } \varphi \text{ التي تعطي سرعة سالبة وهي القيمة } \varphi = +\frac{\pi}{2}$$

$$\text{ويصبح التابع الزمني هو } x = 0.3 \cos(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$3- \text{ حساب شدة قوة الارجاع: } F = -k X_{\max} = -10 \times 0.3 = -3 \text{ N} \Rightarrow F = 3 \text{ N}$$

سؤال دورة: تعطى معادلة حركة النواس المرن بالعلاقة: $x = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ والمطلوب:

1- اكتب دلالات في هذه العلاقة:

x : المطال، $X_{\max}$ سعة الاهتزاز، ω_0 النبض الخاص، t الزمن، φ : فرق الطور

2- اكتب علاقة دور الاهتزاز مبيّناً وحدة قياس كل رمز فيها.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad T_0 \text{ الدور الخاص واحدته ثانية (s)}, \quad m: \text{ الكتلة واحدتها (kg)}$$

k ثابت صلابة النابض واحدته (N.m^{-1})

3- في أي وضع تكون سرعة الجسم عظمى:

تكون السرعة عظمى في مركز الاهتزاز

الدرس الرابع

النواس الثقلي الغير متخامد (الاهتزازات الغير توافقية)

التسمية	القانون	ملاحظة
نظرية التسارع الزاوي	$\Sigma \Gamma = I_{\Delta} \cdot \alpha$	وتسمى العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني
طول خيط النواس	l	واحدتها m
معادلة تفاضلية تصف حركة النواس البسيط	$(\theta)''_t = -\frac{g}{l} \sin \theta$	لا تقبل حل جيبى لذلك لا نستخدمها
معادلة تفاضلية تصف حركة النواس البسيط	$(\theta)''_t = -\frac{g}{l} \theta$	معادلة تفاضلية تقبل حل جيبى
التابع الزمني للمطال الزاوي	$\theta = \theta_{max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$	الحل الجيبى للمعادلة التفاضلية
النبض الخاص	$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	وحدة النبض الخاص $(rad.s^{-1})$
الدور الخاص (زوايا صغيرة)	$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	وحدة الدور الخاص ثانية (s)
الدور الخاص (زوايا كبيرة)	$T'_0 = T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right]$	نحسب الدور الخاص في حالة الزوايا الصغيرة ثم نعوض في قانون الزوايا الكبيرة
السرعة عند المرور من الشاقول	$v = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_{max})}$	نستخدم القانون بعد الاستنتاج انطلاقاً من نظرية الطاقة الحركية وواحدتها $(m.s^{-1})$
قوة توتر الخيط عند المرور من الشاقول	$T = m(g + \frac{v^2}{l})$	نستخدم القانون بعد تطبيق قانون نيوتن الثاني والاسقاط على الناظم وأحدتها نيوتن (N)
الطاقة الميكانيكية	$E = E_k + E_p$	وهي مجموع طاقتي حركية E_k وكامنة E_p

السؤال 1: عرف النواس البسيط عملياً ونظرياً:

نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت l من محور افقي ثابت

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتد طوله l كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.

السؤال 2: انطلاقاً من العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني أثبت أن طبيعة حركة النواس البسيط جيبية دورانية في حالة الساعات

الزاوية الصغيرة:

الحل:

في حالة الساعات الزاوية الصغيرة $\theta \leq 0.24 rad$ (1) $\sin \theta \cong \theta \rightarrow (\theta)''_t = -\frac{g}{l} \theta$... معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبى من الشكل: $\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ بالاشتقاق مرتين بالنسبة للزمن نجد: (2) $(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta$... بالمقارنة بين 1 و 2 نجد: $\omega_0^2 = \frac{g}{l} > 0 \leftarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ وهذا محقق لان g و l مقادير موجبة، فحركة النواس الثقلي البسيط من أجل الساعات الزاوية الصغير جيبية دورانية	القوى الخارجية المؤثرة في الكرة: 1. توتر الخيط $\vec{T}$ 2. ثقل الكرة $\vec{W}$ نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني $\Sigma \Gamma = I_{\Delta} \cdot \alpha$ $\Gamma_{\vec{W}/\Delta} + \Gamma_{\vec{T}/\Delta} = I_{\Delta} \cdot \alpha$ باختيار جهة موجبة للدوران عكس جهة دوران عقارب الساعة: $-m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta + 0 = I_{\Delta} \alpha$ $I_{\Delta} = ml^2, \quad \alpha = (\theta)''_t$ نعوض في العلاقة السابقة مع الاختصار $-m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta = m \cdot l^2 (\theta)''_t$ $(\theta)''_t = -\frac{g}{l} \sin \theta$
--	---

السؤال الثالث: استنتج العلاقة المعبرة عن الدور الخاص للنواس البسيط وما العوامل المؤثرة فيه
الحل:

العوامل المؤثرة في الدور الخاص:	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ و $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$
1. يتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لطول الخيط l	$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}}$
2. يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية g	$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$
3. لا يتعلق دور النواس البسيط بكتلته ولا بنوع مادة كرتة	

درس الاهتزازات غير التوافقية النواس الثقلي البسيط غير المتخامد

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

- 1- يتألف نواس بسيط من كرة صغيرة معدنية معلقة بخيط مهمل الكتلة طوله (l) ، ودوره $T_0 = 2s$ عند مستوى سطح البحر حيث $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، ننقله إلى سطح القمر فيصبح دوره $T_0 = 5s$ ، فيكون تسارع الجاذبية للقمر مساوياً:

$g_m = 0.1 \text{ m.s}^{-2}$	D	$g_m = 6.1 \text{ m.s}^{-2}$	C	$g_m = 1.6 \text{ m.s}^{-2}$	B	$g_m = 5 \text{ m.s}^{-2}$	A
------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---	----------------------------	---

- 2- نواس بسيط مؤلف من كرة معدنية صغيرة كتلتها m معلقة بخيط طويل نسبياً طوله (l) دوره T_0 ، وعند استبدال الكرة المعدنية بكرة أخرى كتلتها $4m$ مع نفس الخيط يصبح الدور الجديد:

$T'_0 = T_0 \sqrt{2}$	D	$T'_0 = \frac{T_0}{2}$	C	$T'_0 = 2T_0$	B	$T'_0 = T_0$	A
-----------------------	---	------------------------	---	---------------	---	--------------	---

- 3- لديك نواس بسيط دوره في حالة الساعات الصغيرة $T_0 = 2s$ وفي حالة الساعات الكبيرة $T'_0 = 2.02s$ فتكون السعة الزاوية $\theta_{\max}$ التي أزيح بها مساوية:

$\theta_{\max} = 0.4 \text{ rad}$	D	$\theta_{\max} = 4 \text{ rad}$	C	$\theta_{\max} = 2 \text{ rad}$	B	$\theta_{\max} = 0.2 \text{ rad}$	A
-----------------------------------	---	---------------------------------	---	---------------------------------	---	-----------------------------------	---

ثانياً: حل المسائل الآتية: (في جميع المسائل $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، $\pi^2 = 10$ ، $4\pi = 12.5$)

المسألة الأولى:

نعلق كرة صغيرة نعدّها نقطة مادية، كتلتها $m = 0.5 \text{ kg}$ بخيط مهمل الكتلة، لا يمتد طوله $l = 1.6 \text{ m}$ ، لتؤلف نواصاً ثقلياً بسيطاً، ثم نزيح الكرة إلى مستوى أفقي يرتفع $h = 0.8 \text{ m}$ عن المستوي الأفقي المار منها وهي في موضع توازنها الشاقولي، ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية $\theta_{\max}$ ، ونتركها دون سرعة ابتدائية، المطلوب:

- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثم احسب قيمتها.
- استنتج بالرموز قيمة الزاوية $\theta_{\max}$ ، ثم احسب قيمتها.
- احسب دور هذا النواس.
- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول، ثم احسب قيمتها.

الحل:

- 1- لإيجاد العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند المرور بالشاقول:
القوى الخارجية المؤثرة:

ثقل الكرة $\vec{W}$ ، توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية $\theta_{\max}$
الثاني: عند المرور بالشاقول

$$\Delta E_{k(1 \rightarrow 2)} = \sum \vec{W} \cdot \vec{r}$$

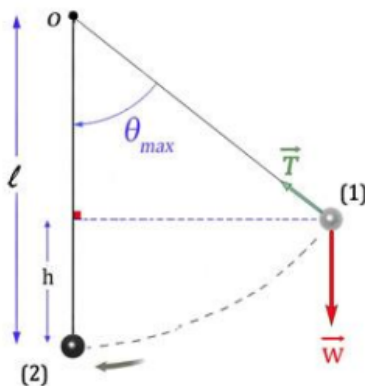
$$E_{k2} - E_{k1} = \vec{W} \cdot \vec{w} + \vec{W} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{W} \cdot \vec{w} = m g h$$

$\vec{W} \cdot \vec{r} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h + 0$$

$$v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8} = 4 \text{ m.s}^{-1}$$



2- حساب قيمة الزاوية $\theta_{\max}$ من العلاقة $h = \ell(1 - \cos \theta_{\max})$

$$\cos \theta_{\max} = 1 - \frac{h}{\ell} = 1 - \frac{0.8}{1.6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

3- حساب الدور: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1.6}{10}} = 2\pi \times 0.4 = 2.5 \text{ s}$

4- لحساب قوة التوتر نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m \vec{a}$$

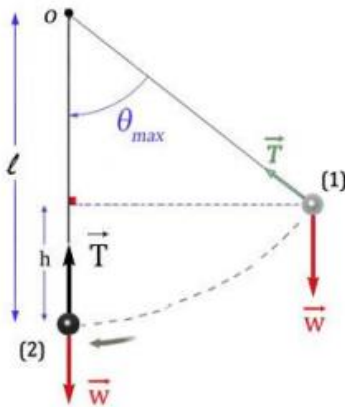
بالإسقاط على محور ينطبق على حامل $\vec{T}$ بوضع الشاقول:

$$-W + T = m a_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{\ell}$$

$$T = m \frac{v^2}{\ell} + m g$$

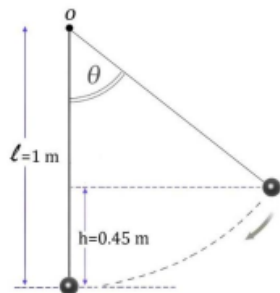
$$T = 0.5 \times \frac{(4)^2}{1.6} + 0.5 \times 10 = 10 \text{ N}$$



المسألة الثانية:

يتألف نواس بسيط من كرة فولاذية صغيرة كتلتها $m_1 = 0.2 \text{ kg}$ ، معلقة بخيط خفيف، لا يمتد، طوله $\ell = 1 \text{ m}$ ، كما في الشكل، نزيح الكرة عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{\max} = 56.6^\circ$ ، ونتركها دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

- احسب دوره في حالة الساعات الصغيرة
- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثم احسب قيمتها إذا علمت أن $\cos 56.6^\circ = 0.55$.
- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط لحظة التوقف الأني في المطال الزاوي $\theta_{\max} = 56.6^\circ$



الحل:

1- حساب الدور: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10}} = 2 \text{ s}$

2- لإيجاد العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند المرور بالشاقول: القوى الخارجية المؤثرة:

تقل الكرة $\vec{W}$ ، توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية $\theta_{\max} = 56.6^\circ$
الثاني: عند المرور بالشاقول

$$\Delta E_{k(1 \rightarrow 2)} = \sum \vec{W} \cdot \vec{r}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = \vec{W} \cdot \vec{r} + \vec{W} \cdot \vec{r}$$

$$W_{\vec{r}} = m g h$$

$W_{\vec{r}} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = m g h + 0$$

$$h = \ell(1 - \cos \theta_{\max})$$

$$v = \sqrt{2 g \ell (1 - \cos \theta_{\max})}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1 (1 - 0.55)} = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

3- لإيجاد العلاقة المحددة لقوة توتر الخيط نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m \vec{a}$$

بالإسقاط على محور ينطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهة (الناظم):

$$-W \cos \theta + T = m a_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{\ell}$$

ولحظة التوقف الأني $v = 0$ $T = m \frac{v^2}{\ell} + m g \cos \theta$

$$T = 0.2 \times \frac{(0)^2}{1} + 0.2 \times 10 \times 0.55 = 1.1 \text{ N}$$

المكثفات

الدرس الخامس

التسمية	القانون	الوحدة	ملاحظة
شحنة المكثفة	q	(C)	يمكن استخدام المثلث لحساب q او حساب U او حساب C
فرق الكمون	U	(V)	
سعة المكثفة	$C = \frac{q}{U}$	(F)	
مساحة سطح اللبوس	A	(m^2)	مساحة سطح لبوس المكثفة
البعد بين اللبوسين	d	(m)	
سعة المكثفة	$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ $C = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \epsilon_r \frac{A}{d}$	(F)	ϵ_r ثابت العزل الكهربائي ويساوي 1 للخلاء $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \times 10^9}$ السماحية الكهربائية للخلاء
عند وضع مادة عازلة بين لبوسي المكثفة تصبح السعة الجديدة للمكثفة $C' = \epsilon_r \cdot C$			
الوصل على التسلسل	$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$		السعة المكافئة تقل عند الوصل على التفرع إذا كانت المكثفات متماثلة $C_{eq} = \frac{C}{n}$
الوصل على التفرع	$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$		تزداد سعة المكثفة عند الجمع على التسلسل إذا كانت المكثفات متماثلة $C_{eq} = n \cdot C$
الطاقة المخزنة	$E = \frac{1}{2} qU$	(J)	الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة
المكثفة متغيرة السعة	عدد المكثفات = عدد الصفائح - 1		عدد المكثفات في المكثفة متغيرة السعة

السؤال الأول: ما العوامل المؤثرة في سعة المكثفة المستوية:

تتناسب سعة المكثفة المستوية طرماً مع مساحة السطح المشترك وتتناسب عكساً مع البعد بين لبوسي المكثفة وتتعلق بنوع المادة العازلة بين لبوسي المكثفة وتتناسب عكساً مع فرق الكمون المطبق بين لبوسي المكثفة

السؤال الثاني: كيف يتم شحن وتفريغ المكثفة:

يتم شحن المكثفة عن طريق وصل لبوسي المكثفة بتوتر كهربائي متواصل ويتم تفريغ المكثفة عند وصل لبوسي المكثفة بالدائرة الخارجية

حل تمارين درس المكثفات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

3 . مكثفة مستوية، عازلها الخلاء، مشحونة ومعزولة، التوتر بين لبوسيهها U ، نملأ الفراغ بين لبوسيهها بعازل جديد ثابت عزله $k=5$ ، فيصبح التوتر الكهربائي الجديد بين لبوسيهها U' مساوياً:

$U' = 5U$ (a) $U' = \frac{U}{5}$ (b) $U' = \frac{U}{10}$ (c) $U' = 10U$ (d)

4 . مكثفة مستوية مشحونة ومعزولة، البعد بين لبوسيهها d ، عازلها الخلاء، نضع بين لبوسيهها صفيحة معدنية ثخينها $\frac{d}{5}$ توازي السطحين، ولها مساحة كل منهما فتصبح سعة الجملة C' مساوية:

$C' = \frac{5}{4}C$ (a) $C' = \frac{4}{5}C$ (b) $C' = \frac{6}{5}C$ (c) $C' = \frac{5}{6}C$ (d)

5 . وصلت 6 مكثفات متساوية السعة على التفرع فكانت سعتها المكافئة 9mF ، فإذا أعيد توصيلها على التسلسل فإن سعتها المكافئة تساوي:

$9\mu\text{F}$ (a) $1.5\mu\text{F}$ (b) $0.25\mu\text{F}$ (c) $2\mu\text{F}$ (d)

6 . مكثفتان سعاتهما: $12\mu\text{F}$ ، $6\mu\text{F}$ ، وصلنا على التسلسل فتكون السعة المكافئة لهما مساوية:

$25\mu\text{F}$ (a) $7\mu\text{F}$ (b) $6\mu\text{F}$ (c) $4\mu\text{F}$ (d)

7 . مكثفة مستوية، عازلها الهواء، مشحونة ومعزولة، طاقتها الكهربائية 12J ، نملأ الفراغ بين لبوسيهها بعازل آخر ثابت عزله $k=6$ ، فتصبح طاقتها مقدرة بوحدة الجول مساوية:

2 (a) 4 (b) 12 (c) 48 (d)

ثانياً: اعط تفسيراً علمياً لكل مما يأتي:

- يحدد على المكثفة أقصى فرق كمون يمكن أن يطبق بين لبوسيهها.
ج: من أجل فرق كمون أكبر من القيمة المكتوبة على المكثفة تزداد شدة الحقل الكهربائي بين اللبوسين بشكل كبير جداً فينهار العازل ويمر تيار كهربائي داخله (تفريغ داخلي) مما يسبب تلف المكثفة.
- لا تسمح المكثفة بمرور التيار الكهربائي المتواصل فيها.
ج: بسبب وجود العازل بين اللبوسين
- تتوضع الشحنات الكهربائية على السطحين المتقابلين لللبوسي المكثفة عند شحنها.
ج: بسبب تكاثف الشحنات الكهربائية المتعاكسة على السطحين المتقابلين
- يجب عدم لمس لبوسي المكثفة المشحونة ذات التوتر العالي مباشرة باليد.
ج: بسبب حدوث تفريغ بشدة تيار كبيرة تشكل خطر على حياة الانسان.

ثالثاً: أجب عن السؤال الآتي:

مكثفة مستوية عازلها الهواء، مشحونة ومعزولة، نستبدل بعازلها عازلاً آخر ثابت عزله $\epsilon_r = 2$ ، بين ماذا يحصل لكل من:

- الشحنة المخزنة.
 - السعة.
 - فرق الكمون بين لبوسيهها.
 - الحقل الكهربائي بينهما.
 - الطاقة الكهربائية المخزنة فيها.
- تبقى الشحنة ثابتة.
 - تزداد سعتها لتصبح $C' = 2C$
 - ينقص فرق الكمون ليصبح $U' = \frac{U}{2}$
 - تنقص شدة الحقل الكهربائي إلى النصف
 - تصبح طاقتها $E' = \frac{E}{2}$

رابعاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

A. مكثفة مستوية سعته $4\mu F$ ، عازلها الهواء ، طبق بين لبوسيهما تؤثرًا كهربائيًا متواصلًا $100V$. المطلوب

حساب:

1 - شحنة كل من لبوسيهما.

2 - الطاقة الكهربائية المخزنة فيها.

B. ن عزل المكثفة عن المنبع ونبعد بين لبوسيهما حتى يصبح البعد مثلي ما كان عليه. بين بالحساب هل يتغير مقدار الطاقة التي تخزنها المكثفة؟ علل إجابتك.

الحل: A :

1- حساب شحنة كل لبوس:

$$q = C U = 4 \times 10^{-6} \times 100 = 4 \times 10^{-4} C$$

$$q_a = +4 \times 10^{-4} C \quad , \quad q_b = -4 \times 10^{-4} C$$

2- حساب الطاقة:

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times 10^4 = 2 \times 10^{-2} J$$

$$: U' = 2U \Leftarrow C' = \frac{C}{2} \Leftarrow d' = 2d \quad : B$$

$$E = \frac{1}{2} C' U'^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^4 = 4 \times 10^{-2} J \quad \text{تصبح الطاقة في } E \text{ تزداد الطاقة للضعف.}$$

المسألة الثانية:

وصلت مكثفتان سعتهما $2\mu F$ ، $1\mu F$ على التفرع مع منبع كهربائي متواصل فأصبحت الشحنة المكافئة لجملة

المكثفتين تساوي $300\mu C$. المطلوب حساب:

1 - السعة المكافئة للمكثفتين.

2 - التوتر المطبق بين طرفي الجملة.

3 - شحنة كل من المكثفتين.

4 - الطاقة المخزنة في جملة المكثفتين.

الحل:

$$1- \text{ السعة المكافئة: } C_{eq} = C_1 + C_2 = 1 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-6} F$$

$$2- \text{ التوتر: } U = \frac{q}{C_{eq}} = \frac{300 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-6}} = 100 \text{ volts}$$

$$3- \text{ شحنة المكثفة الأولى: } q_1 = C_1 U = 1 \times 10^{-6} \times 100 = 1 \times 10^{-4} C$$

$$\text{شحنة المكثفة الثانية: } q_2 = C_2 U = 2 \times 10^{-6} \times 100 = 2 \times 10^{-4} C$$

$$4- \text{ الطاقة المخزنة في الجملة: } E = \frac{1}{2} C_{eq} U^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^{-6} \times 10^4 = 1.5 \times 10^{-2} J$$

المسألة الثالثة:

تتألف مكثفة مستوية من سطحين مستطيلين متوازيين مساحة كل منهما $36\pi\text{cm}^2$ ، والبعد بينهما 2cm ، عازلها

الخلاء. المطلوب:

- 1 - حساب سعة هذه المكثفة.
- 2 - نطبق على لبوسيتها توترًا كهربائيًا متواصلًا 6000V . احسب الطاقة الكهربائية المخزنة فيها وشحنة كل من لبوسيتها.
- 3 - نفصل المكثفة عن التوتر الكهربائي السابق ندخل بين السطحين صفيحة معدنية بأكملها ثخينها 1cm توازي السطحين، ولها مساحة كل منهما. احسب السعة الجديدة للجملة.
- 4 - نربط مع الجملة السابقة على التفرع مكثفة غير مشحونة سعتها $2 \times 10^{-11}\text{F}$. احسب شحنة هذه المكثفة بعد الوصل

الحل:

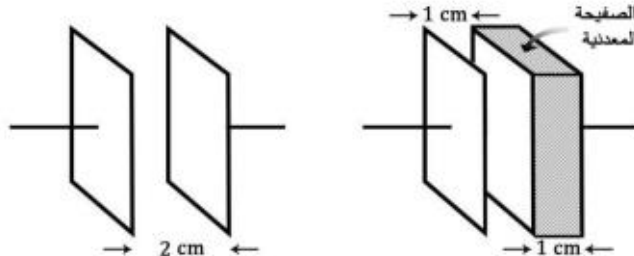
$$1 - \text{ من قانون سعة المكثفة المستوية: } C = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times \frac{36\pi \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} = 0.5 \times 10^{-11}\text{F}$$

$$2 - \text{ حساب الطاقة: } E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10^{-11} \times 36 \times 10^6 = 9 \times 10^{-7}\text{J}$$

$$\text{وشحنتها: } q = CU = 0.5 \times 10^{-11} \times 6000 = 3 \times 10^{-8}\text{C}$$

$$3 - \text{ عند ادخال صفيحة معدنية بين اللبوسين ولها نفس مساحة كل منهما أي كأننا قاربنا بين اللبوسين بمسافة } 1\text{cm}$$



$$\text{وبالتالي } d' = \frac{d}{2}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \text{ سعة المكثفة قبل ادخال الصفيحة}$$

$$C' = \epsilon_0 \frac{A}{d'} \text{ سعة المكثفة بعد ادخال الصفيحة بالتقسيم:}$$

$$\frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{d/2} = 2 \Rightarrow C' = 2C = 2 \times 0.5 \times 10^{-11} = 1 \times 10^{-11}\text{F}$$

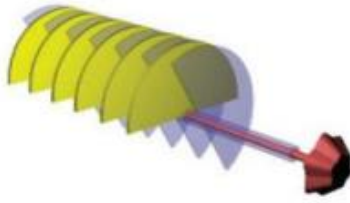
$$4 - \text{ الكمون المشترك لجملة المكثفتين: } U_{eq} = \frac{q + q'}{C + C'} = \frac{0 + 3 \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-11} + 2 \times 10^{-11}} = 1000 \text{ volts}$$

$$q = CU_{eq} = 2 \times 10^{-11} \times 1000 = 2 \times 10^{-8}\text{C}$$

$$q' = C'U_{eq} = 1 \times 10^{-11} \times 1000 = 1 \times 10^{-8}\text{C}$$

المسألة الرابعة:

مكثفة متغيرة السعة تتألف من 13 صفيحة معدنية، شكل كل منها نصف دائرة قطرها 9cm بحيث يكون البعد بين كل صفيحتين 0.5cm، كما في الشكل، والعازل بينهما الهواء. احسب السعة العظمى لهذه المكثفة، ثم احسب السعة عندما ندير الصفائح القابلة للتدوير لزاوية 60° بدءاً من الوضع الموافق للسعة العظمى.



الحل:

$$\text{عدد المكثفات} = 13 - 1 = 12$$

- حساب السعة العظمى لهذه المكثفة: $C = (n-1)C' = (13-1) \times \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times \epsilon_r \times \frac{A}{d}$

$$C = 12 \times \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times \frac{0.5\pi(4.5)^2}{0.5 \times 10^{-2}} = 6.75 \times 10^{-11} \text{ F}$$

من أجل زاوية قيمتها $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ تتقابل الصفائح لتشكل مكثفة سعتها العظمى $6.75 \times 10^{-11} \text{ F}$

من أجل زاوية قيمتها $\frac{2\pi}{3} \text{ rad} = 120^\circ$ تتقابل الصفائح لتشكل مكثفة سعتها العظمى C'

$$C' = \frac{120 \times 6.75 \times 10^{-11}}{180} = 4.5 \times 10^{-11} \text{ F}$$

المسألة الخامسة:

لدينا ثلاث مكثفات سعاتها $5\mu\text{F}$ ، $10\mu\text{F}$ ، $30\mu\text{F}$ نصل فيما بينها على التسلسل، ونصل الطرفين النهائيين بقطبي منبع ساكن بينهما توتر 100V . المطلوب حساب:

- (a) سعة المكثفة المكافئة (b) فرق الكمون بين لبوسي كل مكثفة
نقطع الاتصال مع قطبي المنبع ونعيد وصل المكثفات على التفرع فيما بينها. المطلوب حساب:
(a) شحنة المكثفة الجديدة (b) شحنة كل مكثفة بعد الوصل

الحل:

- الوصل تسلسل

(a) سعة المكثفة المكافئة:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} \Rightarrow C_{eq} = 3 \times 10^{-6} \text{ F}$$

(b) فرق الكمون بين لبوسي كل مكثفة:

نحسب شحنة المكثفة المكافئة: $q_{eq} = C_{eq} U = 3 \times 10^{-6} \times 100 = 3 \times 10^{-4} \text{ C}$ والشحنات في التسلسل متساوية

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-6}} = 60 \text{ volts}$$

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-6}} = 30 \text{ volts}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{3 \times 10^{-4}}{30 \times 10^{-6}} = 10 \text{ volts}$$

- الوصل تفرع:

(a) شحنة المكثفة الجديدة في هذه الحالة هي مجموع شحنات المكثفات الثلاث أي:

$$q_{eq} = 3q_1 = 3 \times 3 \times 10^{-4} = 9 \times 10^{-4} \text{ C}$$

سعة المكثفة الجديدة هي:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C_{eq} = 5 \times 10^{-6} + 10 \times 10^{-6} + 30 \times 10^{-6} = 45 \times 10^{-6} \text{ F}$$

التوتر بين طرفي كل مكثفة:

$$q_1 = C_1 U = 5 \times 10^{-6} \times 20 = 1 \times 10^{-4} \text{ C} \quad \text{شحنة كل مكثفة:}$$

$$q_2 = C_2 U = 10 \times 10^{-6} \times 20 = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$$

$$q_3 = C_3 U = 30 \times 10^{-6} \times 20 = 6 \times 10^{-4} \text{ C}$$

المسألة السادسة:

لدينا ثلاث مكثفات سعاتها $6\mu F$ ، $9\mu F$ ، $18\mu F$ موصولة على التسلسل، شحنت بشحنة كلية $300\mu C$.
المطلوب حساب:

- 1 - السعة المكافئة.
- 2 - فرق الكمون الكلي المطبق.
- 3 - فرق الكمون بين لبوسي كل مكثفة.
- ن عزل الجملة ثم نعيد وصل المكثفات على التفرع فيما بينها. احسب:
- 4 - سعة المكثفة المكافئة.
- 5 - شحنة كل مكثفة بعد الوصل.

الحل:

1- السعة المكافئة:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} \Rightarrow C_{eq} = 3 \times 10^{-6} F$$

$$2- \text{ فرق الكمون الكلي المطبق: } U_{eq} = \frac{q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{3 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-6}} = 100 \text{ volts}$$

3- فرق الكمون بين طرفي كل مكثفة: في وصل التسلسل تكون الشحنات متساوية:

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{3 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-6}} = 50 \text{ volts}$$

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3 \times 10^{-4}}{9 \times 10^{-6}} = 33.333 \text{ volts}$$

$$U_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{3 \times 10^{-4}}{18 \times 10^{-6}} = 16.666 \text{ volts}$$

4- سعة المكثفة المكافئة عند الوصل على التفرع:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$C_{eq} = 6 \times 10^{-6} + 9 \times 10^{-6} + 18 \times 10^{-6} = 33 \times 10^{-6} F$$

الكمون المشترك في حالة الوصل على التفرع:

$$U_{eq} = \frac{q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{3 \times 10^{-4}}{33 \times 10^{-6}} \approx 9.09 \text{ volts}$$

5- شحنة كل مكثفة:

$$q_1 = C_1 U = 6 \times 10^{-6} \times 9.09 = 54.54 \times 10^{-4} C$$

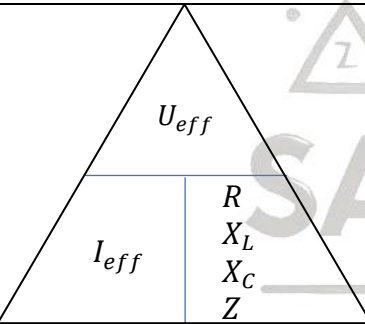
$$q_2 = C_2 U = 9 \times 10^{-6} \times 9.09 = 81.81 \times 10^{-4} C$$

$$q_3 = C_3 U = 18 \times 10^{-6} \times 9.09 = 163.62 \times 10^{-4} C$$

SAN
— PT

الدرس السادس

التيار المتردد والمحثات

القانون	الوحدة	ملاحظات				
التوتر الاعظمي	V	$u = U_{max} \cos(\omega t + \varphi)$ تابع التوتر اللحظي				
التوتر المنتج	V	$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ مهم يستخدم في المسائل				
الشدة العظمى	A	$i = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$ تابع الشدة اللحظية				
الشدة المنتجة	A	$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ مهم يستخدم في المسائل				
الاستطاعة اللحظية	Watt	$p = u \cdot i$ غير مستخدمة في المسائل				
الاستطاعة الوسطية	Watt	$P_{avg} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi$ مهم يستخدم في المسائل				
الاستطاعة الظاهرية	Watt	$P_A = U_{eff} \cdot I_{eff}$				
عامل الاستطاعة	-	$\cos \varphi$ يوجد قانونين (للوصل على التسلسل) و (للوصل على التفرع)				
سعة المكثفة	F	C				
اتساعية المكثفة	Ω	$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$ وهي ممانعة المكثفة لمرور التيار المتناوب				
ذاتية الوشيعة	H	L				
ردية الوشيعة	Ω	$X_L = \omega \cdot L$ وهي ممانعة (مهملة المقاومة) الوشيعة لمرور التيار المتناوب				
ممانعة الدارة	Ω	Z				
 <table><tr><td>$X_c = \frac{U_{effc}}{I_{effc}}$</td><td>$R = \frac{U_{effR}}{I_{effR}}$</td></tr><tr><td>$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$</td><td>$X_L = \frac{U_{effL}}{I_{effL}}$</td></tr></table> قانون اوم			$X_c = \frac{U_{effc}}{I_{effc}}$	$R = \frac{U_{effR}}{I_{effR}}$	$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$	$X_L = \frac{U_{effL}}{I_{effL}}$
$X_c = \frac{U_{effc}}{I_{effc}}$	$R = \frac{U_{effR}}{I_{effR}}$					
$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$	$X_L = \frac{U_{effL}}{I_{effL}}$					
الوصل على التسلسل (الشدة ثابتة)		الوصل على التفرع (التوتر ثابت)				
$\varphi_R = 0$	مقاومة	$I_{effR} = \frac{U_{eff}}{R}$	$\varphi_R = 0$	مقاومة	$U_{effR} = R \cdot I_{eff}$	
$\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$	مكثفة	$I_{effC} = \frac{U_{eff}}{X_c}$	$\varphi_L = -\frac{\pi}{2}$	مكثفة	$U_{effL} = X_L \cdot I_{eff}$	
$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$	وشيعة	$I_{effL} = \frac{U_{eff}}{X_L}$	$\varphi_C = +\frac{\pi}{2}$	وشيعة	$U_{effC} = X_c \cdot I_{eff}$	
التوتر لدارة (RLC)		$U_{eff} = \sqrt{U_{effR}^2 + (U_{effL} - U_{effC})^2}$	الشدة لدارة (RLC)		$I_{eff} = \sqrt{I_{effR}^2 + (I_{effL} - I_{effC})^2}$	
الممانعة لدارة (RLC)		$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}$	الشدة لدارة (L, R)		$I_{eff} = \sqrt{I_{effR}^2 + I_{effL}^2 + 2I_{effR} \cdot I_{effL} \cdot \cos \varphi}$	
عامل الاستطاعة		$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$	عامل الاستطاعة		$\cos \varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} \cdot I_{eff}}$	

المحولة: جهاز كهربائي يعتمد في عمله على حادثة التحريض الكهروضويسي، ويعمل على تغيير التوتر المنتج والشدة المنتجة للتيار المتناوب دون أن يغير تقريباً من الاستطاعة المنقولة، أو من تواتر التيار، أو شكل اهتزاز التيار

القانون	الوحدة	ملاحظات
عدد لفات الأولية	N_p	عدد لفات الأولية لمحولة، عدد لفات الثانوية N_s
التوتر المنتج للأولية	U_{effp}	التوتر المنتج بين طرفي الأولية ويحسب من قانون نسبة التحويل
التوتر المنتج للثانوية	U_{effs}	التوتر المنتج بين طرفي الثانوية ويحسب من أحد قوانين اوم
الشدة المنتجة للأولية	I_{effp}	الشدة المنتجة بين طرفي الأولية تحسب من نسبة التحويل
الشدة المنتجة للثانوية	I_{effs}	الشدة المنتجة بين طرفي الثانوية تحسب من أحد قوانين اوم
نسبة التحويل	$\mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{U_{effs}}{U_{effp}} = \frac{I_{effp}}{I_{effs}}$	تكون المحولة رافعة للتوتر وخافضة للشدة عندما يكون $\mu > 1$ تكون المحولة خافضة للتوتر ورافعة للشدة عندما يكون $\mu < 1$
كفاءة المحولة	$\eta = 1 - R \frac{I_{effs}}{U_{effs}}$	-
الاستطاعة الوسطية		
مكتفة	وشبعة مهملة المقاومة	وشبعة ذات مقاومة
$P_{avg(C)} = 0$	$P_{avg(L)} = 0$	$P_{avg(R)} = R \cdot I_{eff}^2$
الاستطاعة الكلية للدارة	المقاومة	الاستطاعة الكلية للدارة
$P_{avg} = P_{avg(R)} + P_{avg(L)} + P_{avg(C)}$	$P_{avg(R)} = R \cdot I_{eff}^2$	$P_{avg(L)} = r \cdot I_{eff}^2$

السؤال الأول: فسر الكترونياً نشوء التيار المتناوب الجيبي وما هي شروط تطبيق قوانين اوم في التيار المتواصل على دارة التيار المتناوب

الجواب: ينشأ التيار المتناوب من الحركة الاهتزازية للإلكترونات الحرة حول مواضع وسطية بسعة صغيرة من مرتبة الميكرو متر، ويكون تواتر هذه الحركة مساو لتواتر التيار، وتنتج الحركة الاهتزازية للإلكترونات عن الحقل الكهربائي المتغير بالقيمة والاتجاه والذي ينتشر بسرعة الضوء بجوار الناقل وينتج هذا التغير في الحقل الكهربائي من تغير قيمة وإشارة التوتر بين قطبي المنبع الكهربائي.

الشروط: 1- الدارة قصيرة بالنسبة لطول الموجة 2- تواتر التيار المتناوب الجيبي صغير

السؤال الثاني: نطبق توتراً لحظياً u على مقاومة أومية R في دارة تيار متناوب جيبي فيمر تيار تعطى شدته اللحظية بالتابع:

$$i = I_{max} \cos \omega t \text{ والمطلوب:}$$

1- استنتج تابع التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة، ثم استنتج العلاقة بين القيم المنتجة U_{eff} ، I_{eff} .

2- اكتب عبارة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة، ثم بين كيف تصبح في حالة المقاومة، وكيف تصرف.

الحل:

1- $u = R \cdot i$ $u = R \cdot I_{max} \cos \omega t$ $U_{max} = R \cdot I_{max}$ $u = U_{max} \cos \omega t$ $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = R \cdot \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ $U_{eff} = R \cdot I_{eff}$	2- $P_{avg} = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos \varphi$ من اجل مقاومة $\varphi = 0$ $\cos \varphi = 1$ $P_{avg} = I_{eff} \cdot U_{eff}$ أو $P_{avg} = R \cdot I_{eff}^2$ تصرف حرارياً (بفعل جول)
---	---

السؤال الثالث: تحدث حالة التجاوب الكهربائي (الطنين الكهربائي) في دارة تحوي على التسلسل مقاومة R ووشية ذاتيتها L ومكثفة سعتها C والمطلوب:

1- اكتب شرط حدوث التجاوب الكهربائي.

2- اكتب العلاقة المعبرة عن كل من ردية الوشية، اتساعية المكثفة، وما العلاقة بين ردية

الوشية واتساعية المكثفة في حالة التجاوب؟ واستنتج دور التيار في هذه الحالة.

الحل: $\omega = \omega_0 - 1$

$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega_r = \frac{2\pi}{T_r}$ $T_r = 2\pi\sqrt{LC}$	$X_L = \omega \cdot L, \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $X_L = X_C \rightarrow \omega_r \cdot L = \frac{1}{\omega_r \cdot C}$
---	--

السؤال الرابع: ما هو مبدأ عمل المحولة:

كيف تفسر عمل المحولة عند تطبيق توتر متناوب جيبي؟
عند تطبيق توتر متناوب جيبي بين طرفي الدارة الأولية يمر فيها تيار متناوب جيبي، فيتولد داخل الوشية حقل مغناطيسي متناوب، تعمل النواة الحديدية على تمرير كامل تدفقه إلى الدارة الثانوية، فتتولد فيها قوة محرّكة كهربائية تساوي التوتر المتناوب الجيبي بين طرفيها بإهمال مقاومة أسلاك الوشائع في المحولة، فيمر فيها تيار كهربائي متناوب له تواتر التيار المار في الأولية.

درس التيار المتناوب الجيبي

والمحولات الكهربائية

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1- محولة كهربائية نسبة تحويلها $\mu = 3$ وقيمة الشدة المنتجة في ثانويتها $I_{eff} = 6A$ فإن الشدة المنتجة في أوليتها:

A	$I_{eff} = 18A$	B	$I_{eff} = 9A$	C	$I_{eff} = 3A$	D	$I_{eff} = 2A$
---	-----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------

2- محولة كهربائية قيمة التوتر المنتج بين طرفي أوليتها $U_{eff} = 20V$ وقيمة التوتر المنتج بين طرفي ثانويتها

$U_{eff} = 40V$ فإن نسبة تحويلها μ تساوي:

A	2	B	0.5	C	20	D	60
---	---	---	-----	---	----	---	----

3- معدل الطاقة الكهربائية المقدمة نتيجة مرور التيار الكهربائي المتناوب خلال زمن t يعبر عن:

A	الاستطاعة اللحظية	B	الاستطاعة المتوسطة المستهلكة	C	الاستطاعة الظاهرية	D	التوتر المنتج
---	-------------------	---	------------------------------	---	--------------------	---	---------------

4- دارة تيار متناوب تحوي على التسلسل (R, L, C) تكون شدة التيار في جميع عناصر الدارة:

A	متزايدة	B	متناقصة	C	متغيرة معدومة	D	ثابتة
---	---------	---	---------	---	---------------	---	-------

5- في حالة التجاوب الكهربائي في دارة تيار متناوب جيبي تحوي (R, L, C) يكون:

A	$U_{eff R} = U_{eff C}$	B	$U_{eff R} = U_{eff}$	C	$U_{eff C} = U_{eff}$	D	$U_{eff L} = U_{eff}$
---	-------------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------

6- دارة تيار متناوب جيبي فيها (R, L, C) على التسلسل وعندما يكون $X_L > X_C$ فإن ممانعة الدارة في هذه الحالة تكون:

A	أصغرية	B	ذاتية	C	سعرية	D	معدومة
---	--------	---	-------	---	-------	---	--------

7- يكون التوتر متأخر بالطور على التيار في دارة تيار متناوب تحوي:

A	مكثفة	B	وشية مهملة المقاومة	C	مقاومة صرفرة	D	وشية لها مقاومة
---	-------	---	---------------------	---	--------------	---	-----------------

8- تكون شدة التيار متقدمة بالطور على التوتر في دائرة تيار متناوب تحوي:

A	مكثفة	B	وشية مهمة المقاومة	C	مقاومة صرفة	D	وشية لها مقاومة
---	-------	---	--------------------	---	-------------	---	-----------------

9- يكون التوتر متقدماً بالطور على التيار في دائرة تيار متناوب جيبي تحوي:

A	مكثفة ومقاومة على التسلسل	B	مكثفة	C	وشية لها مقاومة	D	مقاومة أومية
---	---------------------------	---	-------	---	-----------------	---	--------------

10- في دائرة تحوي على التسلسل (R,L,C) حيث $X_L > X_C$ فإن فرق الطور بين التوتر والتيار:

A	$\frac{\pi}{2}$	B	0	C	$\frac{\pi}{3}$	D	$-\frac{\pi}{3}$
---	-----------------	---	---	---	-----------------	---	------------------

11- في دائرة تحوي على التفرع (L,C) حيث $X_L < X_C$ فإن فرق الطور بين التوتر والتيار:

A	$-\frac{\pi}{2}$	B	0	C	$+\frac{\pi}{2}$	D	$-\frac{\pi}{3}$
---	------------------	---	---	---	------------------	---	------------------

12- دائرة كهربائية تحوي ذاتية فقط ويمر فيها تيار متناوب جيبي فتكون قيمة عامل استطاعة هذه الدائرة:

A	1	B	0	C	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	D	$\frac{1}{2}$
---	---	---	---	---	----------------------	---	---------------

13- وشية مقاومتها الأومية R و رديتها $X_L=R$ يمر فيها توتر لحظي يعطى بالعلاقة فتكون ممانعة الوشية

A	$R\sqrt{2}$	B	2R	C	$\frac{R}{2}$	D	$\frac{R}{\sqrt{2}}$
---	-------------	---	----	---	---------------	---	----------------------

14- وشية رديتها 80Ω ومقاومتها 60Ω ممانعتها Z_1 ، ووشية أخرى رديتها 80Ω ومقاومتها مهمة و

ممانعتها Z_2 ، فإن النسبة $\frac{Z_2}{Z_1}$ تساوي:

A	1	B	1.25	C	0.8	D	60
---	---	---	------	---	-----	---	----

ثانياً: أعط تفسيراً علمياً لكل مما يأتي باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة:

- لا تنقل الطاقة الكهربائية عبر المسافات البعيدة بواسطة تيار متواصل.
للتقليل من الطاقة الضائعة بفعل جول
- تنقل الطاقة الكهربائية بتوتر عدة آلاف من الفولط ثم تخفض إلى 220 v عند الاستهلاك.
للتقليل من الطاقة الضائعة بفعل جول ثم تخفض إلى 220 v عند الاستهلاك لتوافق عمل الأجهزة الكهربائية
- تصنع النواة في المحولة من صفائح أو قضبان معزولة من الحديد اللين.
للتقليل من أثر تيارات فوكو وتحسين مردود المحولة
- لا تستهلك الوشية مهمة المقاومة طاقة كهربائية.
لأن عامل استطاعة الوشية معدوم.
- لا تستهلك المكثفة طاقة كهربائية.
لأن عامل استطاعة المكثفة معدوم.
- في ظاهرة الطنين إن التوتر المنتج بين طرفي المقاومة يساوي التوتر المنتج بين طرفي المنبع.
لأن ممانعة الدائرة في حالة الطنين تساوي قيمة المقاومة

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: مأخذ لتيار متناوب جيبي، التوتر اللحظي بين طرفيه: $\bar{u} = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t (Volt)$
 A. نصل طرفي المأخذ بدارة تحوي على التسلسل مقاومة صرفة $R = 30\Omega$ ، وشيعة مقاومتها الأومية مهمة ذاتيتها $L = \frac{2}{5\pi} H$ ، المطلوب حساب:

1. التوتر المنتج بين طرفي المأخذ، وتواتر التيار.
 2. ردية الوشيعة.
 3. الممانعة الكلية للدارة.
 4. قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في الدارة.
 5. عامل استطاعة الدارة، والاستطاعة المتوسطة المستهلكة فيها.
- B. احسب قيمة سعة المكثفة الواجب إضافتها على التسلسل إلى الدارة السابقة كي تبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها.
- C. نستبدل المكثفة السابقة بمكثفة ثانية تجعل الشدة على توافق بالطور مع التوتر المطبق. المطلوب:
1. حساب الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة.
 2. حساب سعة المكثفة الجديدة.
 3. إذا كانت المكثفة السابقة مؤلفة من ضم مجموعة من المكثفات المتماثلة لكل منها سعة $C_1 = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-4} F$ حدد طريقة ضم هذه المكثفات، ثم احسب عددها.

الحل: A

$$1- \text{حساب التوتر المنتج: } U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150 \text{ volts}, \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50\text{Hz}$$

$$2- \text{حساب ردية الوشيعة: } X_L = \omega L = 100\pi \times \frac{2}{5\pi} = 40\Omega$$

$$3- \text{الممانعة الكلية للدارة: } Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\Omega$$

$$4- \text{قيمة الشدة المنتجة للتيار: } I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{150}{50} = 3 \text{ A}$$

$$5- \text{عامل استطاعة الدارة: } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$\text{الاستطاعة المستهلكة في الدارة: } P_{\text{avg}} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = 150 \times 3 \times 0.6 = 90 \text{ Watt}$$



C:

1- بما أن التوتر أصبح على توافق مع الشدة المنتجة يعني الدارة بحالة تجاوب كهربائي أي:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} = \frac{150}{30} = 5 \text{ A} \quad \Leftarrow Z = R$$

2- حساب سعة المكثفة الجديدة:

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{10^4 \pi^2 \times \frac{2}{5\pi}}$$

$$C = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-3} F$$

3- بما أن $C > C_1$ فطريقة الضم هي التفرع وعدد المكثفات هو

$$n = \frac{C}{C_1} = \frac{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-3}}{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-4}} = 10$$

B:

حساب سعة المكثفة: لبقاء الشدة المنتجة للتيار نفسها $\Leftarrow$

$$(Z = Z' \text{ (بعد)})$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$50 = \sqrt{30^2 + (40 - X_C)^2}$$

$$2500 = 900 + (40 - X_C)^2$$

$$1600 = (40 - X_C)^2$$

$$40 = \pm (40 - X_C)$$

$$X_C = 80\Omega \quad \text{نختار الحل السالب والذي يعطي:}$$

لكن:

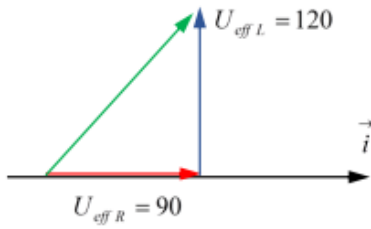
$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow 80 = \frac{1}{100\pi \times C} \Rightarrow C = \frac{1}{8000\pi} F$$

المسألة الثانية: مأخذ تيار متناوب جيبّي، تواتره $f = 50 \text{ Hz}$ ، نصل بين طرفيه على التسلسل مقاومة أومية $R = 30 \Omega$ ووشية مهملّة المقاومة ذاتيتها L فيكون التوتر المنتج بين طرفي المقاومة $U_{\text{eff}R} = 90 \text{ V}$ والتوتر المنتج بين طرفي الوشية $U_{\text{eff}L} = 120 \text{ V}$ ، المطلوب:

1. احسب قيمة التوتر المنتج الكلي بين طرفي المأخذ باستخدام إنشاء فريزل.
2. احسب قيمة الشدّة المنتجة للتيار المار في الدارة.
3. احسب قيمة ذاتية الوشية، ثم اكتب التابع الزمني للتوتر بين طرفي الوشية.
4. احسب عامل استطاعة الدارة.
5. نضيف للدارة السابقة على التسلسل مكثفة مناسبة سعتها C ، فتصبح قيمة عامل استطاعة الدارة مساوية للواحد، المطلوب:

- a. احسب سعة المكثفة المضافة.
- b. احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة في هذه الحالة.

الحل:



1- حساب النبض: $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$

حساب التوتر المنتج الكلي:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{(90)^2 + (120)^2} = 150 \text{ volts}$$

2- حساب الشدّة المنتجة للتيار المار في الدارة:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}R}}{R} = \frac{90}{30} = 3 \text{ A}$$

3- حساب ذاتية الوشية:

$$X_L = \frac{U_{\text{eff}L}}{I_{\text{eff}}} = \frac{120}{3} = 40 \Omega$$

$$X_L = \omega L \Rightarrow 40 = 100\pi L \Rightarrow L = \frac{2}{5\pi} \text{ H}$$

4- حساب عامل استطاعة الدارة: $\cos \varphi = \frac{U_{\text{eff}R}}{U_{\text{eff}}} = \frac{90}{150} = 0.6$

5- بما أن عامل استطاعة الدارة أصبحت قيمته الواحد فالدارة في حالة تجاوب:

(a)

$$X_C = X_L$$

$$\frac{1}{\omega C} = X_L$$

$$\frac{1}{100\pi C} = 40 \Rightarrow C = \frac{1}{4000\pi} \text{ F}$$

(b) حساب الاستطاعة المستهلكة: $Z = R$

$$I'_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} = \frac{150}{30} = 5 \text{ A}$$

$$P_{\text{avg}} = R I_{\text{eff}}^2 = 30 \times (5)^2 = 750 \text{ watt} \quad \text{الاستطاعة:}$$

المسألة الرابعة: مأخذ تيار متناوب جيبي، نضع بين طرفيه على التسلسل مقاومة R ووشية مهمة المقاومة ذاتيتها L ومكثفة مشحونة سعتها C ، إذا علمت أن التوترات المنتجة هي :

$$U_{effL} = 100V, \quad U_{effR} = 80, \quad U_{effC} = 40$$

1. احسب التوتر المنتج المطبق على الدارة باستخدام إنشاء فريزل.
2. إذا كانت الشدة اللحظية بين طرفي الدارة تُعطى بالعلاقة: $\bar{I} = 10\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ (A) المطلوب:

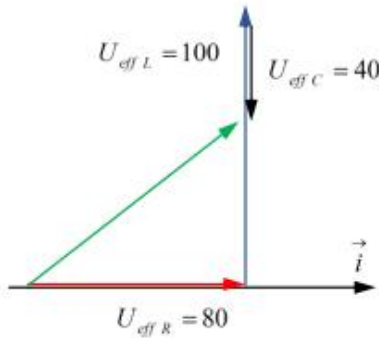
a. احسب الشدة المنتجة وتواتر التيار.

b. احسب قيمة كل من R, L, C

c. احسب ممانعة الدارة.

d. احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة.

الحل:



$$1- \text{حساب التوتر الكلي: } \vec{U}_{eff} = \vec{U}_{effR} + \vec{U}_{effC} + \vec{U}_{effL}$$

$$U_{eff} = \sqrt{U_{effR}^2 + (U_{effL} - U_{effC})^2}$$

$$U_{eff} = \sqrt{80^2 + (100 - 40)^2}$$

$$U_{eff} = 100 \text{ volts}$$

2- حساب الشدة المنتجة للتيار:

$$a) \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50\text{Hz} \quad \text{تواتر التيار} \quad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ A}$$

$$b) \quad \text{حساب } R: \quad R = \frac{U_{effR}}{I_{eff}} = \frac{80}{10} = 8 \Omega$$

$$\text{حساب } L: \quad X_L = \frac{U_{effL}}{I_{eff}} \Rightarrow \omega L = \frac{U_{effL}}{I_{eff}} \Rightarrow L = \frac{U_{effL}}{\omega I_{eff}} = \frac{80}{100\pi \times 10} = \frac{8}{100\pi} \text{ H}$$

$$\text{حساب } C: \quad X_C = \frac{U_{effC}}{I_{eff}} \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \frac{U_{effC}}{I_{eff}} \Rightarrow C = \frac{I_{eff}}{\omega U_{effC}} = \frac{10}{100\pi \times 40} = \frac{1}{400\pi} \text{ F}$$

c) حساب ممانعة الدارة:

$$\text{لدينا } Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{100}{10} = 10 \Omega$$

$$d) \quad \text{حساب الاستطاعة المستهلكة: } P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi = U_{eff} I_{eff} \frac{U_{effR}}{U_{eff}} = 100 \times 10 \times \frac{80}{100} = 800 \text{ watt}$$

المسألة الخامسة: يعطى التوتر اللحظي بين طرفي مأخذ تيار متناوب بالعلاقة

$$\bar{u} = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (V)}$$

شدة المنتجة 4A ويحوي الفرع الثاني وشية مهمة المقاومة يمر فيها تيار شدته المنتجة 3A ، المطلوب

حساب:

1. التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار.

2. قيمة المقاومة الصرفة وردية الوشية.

3. قيمة الشدة المنتجة الكلية باستخدام إنشاء فريزل.

4. اكتب التابع الزمني للشدة اللحظية في فرع الوشية.

5. الاستطاعة الكلية المستهلكة في الدارة.

الحل:

$$1- \text{حساب التوتر المنتج } U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 60 \text{ volts}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 100\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 50\text{Hz} \quad \text{تواتر التيار}$$

2- حساب قيمة المقاومة وردية الوشية:

$$R = \frac{U_{eff}}{I_{effR}} = \frac{60}{4} = 15 \Omega$$

$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{effL}} = \frac{60}{3} = 20 \Omega$$

3- حساب قيمة الشدة المنتجة الكلية:

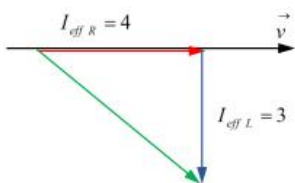
$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{effR} + \vec{I}_{effL}$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{effR}^2 + I_{effL}^2}$$

$$I_{eff} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ A}$$

4- التابع الزمني للشدة اللحظية في فرع الوشية:

$$\bar{i} = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$



5- الاستطاعة الكلية المستهلكة في الدارة: هناك طريقتان:

طريقة 1	طريقة 2
$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$	$P_{avg} = P_{avg R} + P_{avg L}$
$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cdot \frac{I_{eff R}}{I_{eff}}$	$P_{avg} = U_{eff} I_{eff R} \cos(0) + U_{eff} I_{eff L} \cos(-\frac{\pi}{2})$
$P_{avg} = 60 \times 5 \times \frac{4}{5} = 240 \text{ watt}$	$P_{avg} = 60 \times 4 \times 1 + 60 \times 3 \times 0$
	$P_{avg} = 240 \text{ watt}$

المسألة السادسة: نطبق بين نقطتين a, b فرقاً في الكون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة 100V وتواتره

 $f = 50 \text{ Hz}$ ، نصل بين (a, b) مقاومة صرفة $R = 50 \Omega$ ، المطلوب:

- اكتب تابع شدة التيار في المقاومة.
- نصل a, b بفرع آخر يحوي مقاومة صرفة $R' = 20 \Omega$ موصولة على التسلسل مع مكثفة سعيتها C حيث ممانعة هذا الفرع $20\sqrt{2} \Omega$ ، المطلوب:
 - احسب شدة التيار المار في هذا الفرع.
 - احسب سعة المكثفة.
 - اكتب التابع الزمني لشدة التيار المار في هذا الفرع.
- احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فريزل.
- احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين، واحسب عامل استطاعة الدارة.

الحل:

1- تابع شدة التيار في المقاومة: من الشكل: $i = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$

$$I_{max} = I_{eff R} \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ A} \leftarrow I_{eff R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A} \text{ - حساب}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \text{ rad.s}^{-1} \text{ -}$$

$$\varphi = 0 \text{ -}$$

$$i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$$

-2

$$(a) \text{ حساب الشدة المنتجة للتيار في الفرع الثاني: } I_{eff 2} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{100}{20\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 2.5\sqrt{2} \text{ A}$$

(b) حساب سعة المكثفة:

$$Z = \sqrt{R'^2 + X_C^2}$$

$$20\sqrt{2} = \sqrt{400 + X_C^2}$$

$$800 = 400 + X_C^2$$

$$X_C^2 = 400$$

$$X_C = 20 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = 20 \Rightarrow C = \frac{1}{2000\pi} \text{ F}$$

4- حساب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين:

$$P_{avg} = P_{avg 1} + P_{avg 2}$$

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff R} \cos(0) + U_{eff} I_{eff 2} \cos \frac{\pi}{4}$$

$$P_{avg} = 100 \times 2 \times 1 + 100 \times 2.5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{avg} = 200 + 250 = 450 \text{ watt}$$

حساب عامل استطاعة الدارة:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

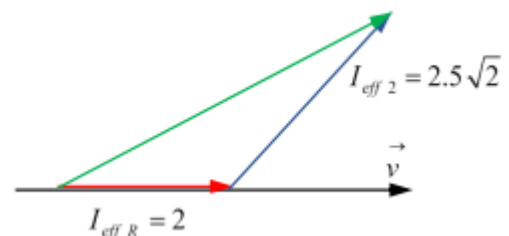
$$\cos \varphi = \frac{P_{avg}}{U_{eff} I_{eff}} = \frac{450}{100 \times 5.147} = 0.874$$

3- حساب الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية من العلاقة:

$$I_{eff}^2 = I_{eff R}^2 + I_{eff 2}^2 + 2 I_{eff R} I_{eff 2} \cos \frac{\pi}{4}$$

$$I_{eff}^2 = 4 + 12.5 + 2 \times 2 \times 2.5\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 26.5$$

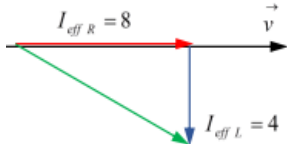
$$I_{eff} = \sqrt{26.5} \approx 5.147 \text{ A}$$



المسألة المسابقة: مأخذ لتيار متناوب جيبي نطبق بين طرفيه توترًا متناوبًا جيبيًا، قيمته المنتجة $240V$ تواتره $50Hz$ ، نصل بين طرفي هذا المأخذ فرعين؛ الأول يحوي مقاومة أومية $R = 30\Omega$ ، والفرع الثاني يحوي وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها L فيمر فيه تيارًا شدته المنتجة $4A$ ، المطلوب:

1. احسب الشدة المنتجة للتيار المار في الفرع الأول.
2. احسب ذاتية الوشيعة المهملة المقاومة.
3. احسب الشدة المنتجة للتيار المارة في الدارة باستخدام إنشاء فريزل.
4. اكتب التابع الزمني للتوتر اللحظي بين طرفي المنبع.
5. احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين، واحسب عامل استطاعة الدارة.

3- حساب الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية:



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff R} + \vec{I}_{eff L}$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff R}^2 + I_{eff L}^2}$$

$$I_{eff} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ A}$$

4- تابع التوتر اللحظي من الشكل:

$$u = U_{max} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$u = 240\sqrt{2} \cos(100\pi t)$$

5- حساب الاستطاعة في جملة الفرعين:

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \frac{I_{eff R}}{I_{eff}}$$

$$P_{avg} = 240 \times 4\sqrt{5} \times \frac{8}{4\sqrt{5}} = 1920 \text{ watt}$$

$$1- \text{حساب الشدة المنتجة للتيار في الفرع الأول: } I_{eff R} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{240}{30} = 8 \text{ A}$$

2- حساب ذاتية الوشيعة:

$$X_L = \frac{U_{eff}}{I_{eff L}} = \frac{240}{4} = 60 \Omega$$

$$\omega L = 60$$

$$L = \frac{60}{2\pi f} = \frac{60}{100\pi} = \frac{6}{10\pi} \text{ H}$$

المسألة الثامنة: يبلغ عدد لفات أولية محولة كهربائية $N_p = 125$ لفة، وعدد لفات ثانيتها $N_s = 375$ لفة،

والتوتر اللحظي بين طرفي الثانوية يُعطى بالمعادلة: $u_s = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (v)، المطلوب:

1. احسب نسبة التحويل، ثم بين المحولة رافعة للتوتر أم خافضة له؟
2. احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي كل من الدارة الثانوية والأولية.
3. نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة صرف $R = 30\Omega$ ، احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار المار في الدارة الثانوية.
4. نصل على التفرع مع المقاومة السابقة وشيعة مهملة المقاومة، فيمر في فرع الوشيعة تيار شدته المنتجة $I_{eff} = 3A$ ، احسب ردية الوشيعة، ثم اكتب التابع الزمني لشدة التيار المار في الوشيعة.
5. احسب قيمة الشدة المنتجة الكلية في الدارة الثانوية باستخدام إنشاء فريزل.
6. احسب قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة، وعامل استطاعة الدارة.

$$P_{avg1} = U_{eff} I_{eff1} \cos \varphi_1 - 6$$

$$P_{avg1} = 120 \times 4 \times 1$$

$$P_{avg1} = 480 \text{ W}$$

$$P_{avg2} = U_{eff} I_{eff2} \cos \frac{\pi}{2}$$

$$P_{avg2} = 120 \times 3 \times 0$$

$$P_{avg2} = 0 \text{ W}$$

$$P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2}$$

$$P_{avg} = 480 + 0$$

$$P_{avg} = 480 \text{ W}$$

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

$$480 = 120 \times 5 \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{480}{600} = 0.8$$

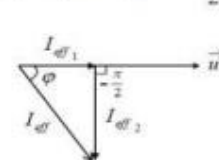
$$-5 \quad \vec{i}_2 = I_{max2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$I_{max2} = I_{eff2} \sqrt{2}$$

$$I_{max2} = 3\sqrt{2} \text{ (A)}$$

$$\varphi_2 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\vec{i}_2 = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff1} + \vec{I}_{eff2}$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2$$

$$25 = 16 + I_{eff2}^2$$

$$I_{eff2} = 3 \text{ A}$$

$$-1 \quad \mu = \frac{N_s}{N_p} = \frac{375}{125} = 3$$

$$\mu > 1 \quad \text{المحولة رافعة للتوتر}$$

$$-2 \quad U_{effs} = \frac{U_{maxs}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ V}$$

$$\mu = \frac{U_{effs}}{U_{effp}}$$

$$3 = \frac{120}{U_{effp}} \Rightarrow U_{effp} = 40 \text{ V}$$

$$-3 \quad U_{effz} = R I_{effz}$$

$$120 = 30 \times I_{effz}$$

$$I_{effz} = 4 \text{ A}$$

$$-4 \quad U_{effz} = X_L I_{effz}$$

$$120 = X_L \times 3$$

$$X_L = 40 \Omega$$

المسألة التاسعة: يبلغ عدد لفّات أوليّة محوّلّة 3750 لفّة، وعدد لفّات ثانويّتها 125 لفّة، نطبّق بين طرفي الأوليّة توترًا منتجًا $U_{effp} = 3000 \text{ V}$ ، ونربط بين طرفي الثانويّة دارة تحوي على التفّرع:

- مقاومة صرف الاستطاعة المستهلكة فيها $P_{avg1} = 1000 \text{ W}$
- وشيعة لها مقاومة أوميّة الاستطاعة المستهلكة فيها $P_{avg2} = 1000 \text{ W}$ ، يمرّ فيها تيار يتأخّر بالطور

عن التوتر المطبّق بمقدار $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ ، المطلوب حساب:

1. قيمة الشدّة المنتجة للتيار المارّ في المقاومة.
2. قيمة الشدّة المنتجة للتيار المارّ في المحرّك.
3. قيمة الشدّة المنتجة للتيار المارّ في ثانويّة المحوّلّة.
4. الشدّة المنتجة للتيار المارّ في الدارة الأوليّة للمحوّلّة.
5. عامل الاستطاعة في جملة الفرعين.

الحل:

$$-5 \text{ عامل الاستطاعة في جملة الفرعين:} \quad \frac{U_{effs}}{U_{effp}} = \frac{N_s}{N_p} \quad -1$$

$$P_{avg} = P_{avg1} + P_{avg2} \quad U_{effs} = \frac{U_{effp} N_s}{N_p} = \frac{125 \times 3000}{3750} = 100 \text{ V}$$

$$P_{avg} = 1000 + 1000$$

$$P_{avg} = 2000 \text{ W}$$

$$P_{avg} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$$

$$2000 = 100 \times 10 \sqrt{3} \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$P_{avg1} = U_{effs} I_{eff1}$$

$$1000 = 100 \times I_{eff1} \Rightarrow I_{eff1} = 10 \text{ A}$$

$$P_{avg2} = U_{effs} I_{eff2} \quad -2$$

$$1000 = 100 \times I_{eff2} \Rightarrow I_{eff2} = 10 \text{ A}$$

$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff1} + \vec{I}_{eff2} \quad -3$$

$$I_{eff}^2 = I_{eff1}^2 + I_{eff2}^2 + 2 I_{eff1} I_{eff2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I_{eff}^2 = (10)^2 + (10)^2 + 2 (10) (10) \cos\left(\frac{\pi}{3} - 0\right)$$

$$I_{eff} = 10\sqrt{3} \text{ A}$$

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{I_{effp}}{I_{effs}} \quad -4$$

$$\frac{125}{3750} = \frac{I_{effp}}{10\sqrt{3}} \Rightarrow I_{effp} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ A}$$

المسألة الحادية عشرة: يبلغ عدد لفات أولية محوالة كهربائية $N_p = 600$ لفة، وعدد لفات ثانويتها $N_s = 300$ لفة، ويُعطى التوتر اللحظي بين طرفي ثانويتها $\overline{u_s} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). المطلوب:

1. هل المحوالة خافضة أم رافعة للتوتر؟
2. احسب قيمة التوتر المنتج بين طرفي الدارتين الأولية والثانوية.
3. نصل أحد طرفي الدارة الثانوية بدارة تحوي على التفرع مقاومة أومية $R = 10 \Omega$ والثاني يحوي مكثفة سعتها C، فيمر في الدارة الأصلية تيار شدته المنتجة 13 A. المطلوب:
 - a. احسب الشدة المنتجة للتيار المار في فرع المقاومة.
 - b. احسب الشدة المنتجة للتيار المار في فرع المكثفة باستخدام إنشاء فريزل، واكتب التابع الزمني للشدة اللحظية للتيار المار فيها.
 - c. احسب سعة المكثفة.

الحل:

$$1- \text{المحوالة خافضة للتوتر لأن: } \mu = \frac{U_{eff S}}{U_{eff P}} = \frac{300}{600} = 0.5 \Rightarrow \mu < 1$$

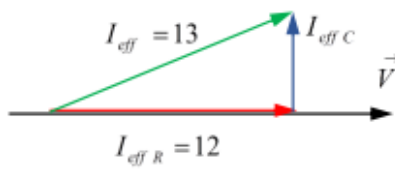
$$2- U_{eff S} = \frac{U_{max S}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ volts}$$

$$\mu = \frac{U_{eff S}}{U_{eff P}} \Rightarrow U_{eff P} = \frac{U_{eff S}}{\mu} = \frac{120}{0.5} = 240 \text{ volts}$$

3- (a) حساب الشدة المنتجة للتيار في فرع المقاومة:

$$I_{eff R} = \frac{U_{eff S}}{R} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

(b) حساب الشدة المنتجة للتيار في فرع المكثفة:



$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff R} + \vec{I}_{eff C}$$

$$I_{eff} = \sqrt{I_{eff R}^2 + I_{eff C}^2}$$

$$13 = \sqrt{12^2 + I_{eff C}^2}$$

$$I_{eff C} = 5 \text{ A}$$

(c) حساب سعة المكثفة:

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{U_{eff}}{I_{eff C}} \Rightarrow C = \frac{I_{eff C}}{\omega U_{eff}} = \frac{5}{100\pi \times 120} = \frac{1}{2400\pi} \text{ F}$$

$$i = I_{max} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i = 5\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

القانون	الوحدة	ملاحظات
الشحنة	C	
معادلة تفاضلية في دائرة مهتزة	C	وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبى نشتق مرتين بالنسبة للزمن فنحصل على $(q)''_t = -\omega_0^2 \cdot q$
تابع الشحنة	C	تكون قيمة $\varphi = 0$
تابع الشدة اللحظية	A	يمكن أن تكتب بالشكل $i = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t)$
الشدة العظمى	A	نستخدم القانون عند طلب حساب الشدة العظمى
النبض الخاص	rad.s ⁻¹	يمكن حساب النبض الخاص من القانون $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$
الدور الخاص	s	(تسمى علاقة طومسون) يمكن حساب الدور من $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$
التواتر الخاص	Hz	وهو مقلوب الدور
سعة المكثفة	F	يمكن حساب الشحنة q او فرق الكمون U من المثلث
ذاتية الوشيعه	H	l' طول سلك الوشيعه، l طول الوشيعه
الطاقة المختزنة في المكثفة	J	عندما تكون الطاقة مختزنة في المكثفة تكون الطاقة المختزنة في الوشيعه معدومة
الطاقة المختزنة في الوشيعه	J	عندما تكون الطاقة مختزنة في الوشيعه عظمى تكون الطاقة المختزنة في المكثفة معدومة
الطاقة الكلية	J	تحسب من العلاقة $E = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$
اتساعية المكثفة	Ω	تبدي المكثفة ممانعة صغيرة للتيارات منخفضة التواترات لان التناسب عكسي بين الممانعة والتواتر
ردية الوشيعه	Ω	تبدي الوشيعه ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواترات لان التناسب طردي بين الممانعة والتواتر

السؤال الأول: ما شكل التفريغ في دائرة في دائرة مهتزة تحوي مكثفة ووشيعه في الحالات التالية:

وشيعه مهملة المقاومة: التفريغ دوري غير متخامد

وشيعه مقاومتها صغيرة: التفريغ دوري متخامد

وشيعه مقاومتها كبيرة: التفريغ لا دوري بحيث يتم تبديد الطاقة على شكل حرارة بفعل جول في المقاومة

السؤال الثاني: نكمل دائرة مهتزة تتألف من مكثفة مشحونة ووشية مهملة المقاومة ونغلق الدارة والمطلوب:

1- اكتب التابع الزمني للشحنة بشكله العام، وبين كيف يصبح تابع الشحنة باعتبار مبدأ الزمن لحظة إغلاق الدارة والمكثفة مشحونة بشحنة عظمى

2- استنتج التابع الزمني لشدة التيار المهتز في هذه الدارة ووازن بين تابع الشحنة وتابع الشدة.
الحل:

الطلب الأول: $q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ باعتبار $q = q_{max}, t = 0$ $q_{max} = q_{max} \cos \varphi$ $\cos \varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0 \text{ rad}$ وهو تابع الشحنة بشكله المختزل $q = q_{max} \cos \omega_0 t$	الطلب الثاني: $i = (q)'_t$ $i = -q_{max} \omega_0 \sin \omega_0 t$ $i = I_{max} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$ تابع الشدة تابع الشدة على ترابع متقدم بالطور مع تابع الشحنة عندما تكون الشحنة في المكثفة عظمى تنعدم شدة التيار في الوشية
--	--

السؤال الثالث: كيف يتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشية في الدارة المهتزة:

تبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها في الوشية فيزداد تيار الوشية ببطء حتى يصل الى قيمة عظمى في نهاية ربع الدور الأول من التفريغ عندها

تفقد المكثفة كامل شحنتها فتختزن الوشية طاقة كهربائية عظمى $E_L = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$

ثم يقوم تيار الوشية بشحن المكثفة حتى يصبح تيارها معدوم، وتصبح شحنة المكثفة عظمى، فتختزن المكثفة طاقة كهربائية عظمى

$E_C = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$ ويتحقق في نهاية نصف الدور الأول، أما في نصف الدور الثاني تتكرر عمليتا الشحن والتفريغ ولكن بشكل معاكس.

السؤال الرابع: انطلاقاً من العلاقة (1) $(q)''_t = -\frac{1}{LC} q \dots$ استنتج علاقة الدور الخاص لاهتزازات الشحنات في الدارة المهتزة (علاقة طومسون)

الحل: وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل $q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ نشتق مرتين بالنسبة للزمن $(q)''_t = -\omega_0^2 q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ $(q)''_t = -\omega_0^2 \cdot q \dots (2)$	بمقارنة 1 مع 2 نجد $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ علاقة الدور الخاص (طومسون) $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ يتناسب الدور الخاص طردياً مع $\sqrt{L}$ ومع $\sqrt{C}$
---	--

السؤال الخامس: اكتب التابع الزمني للشحنة ثم اشرح دلالة الرموز مع ذكر الواحدات: q_{max} : الشحنة العظمى للمكثفة

ω_0 : التردد الخاص

الرموز ←

$q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

الحل:

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي في اللحظة $t = 0$

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t

أختبر نفسي

السؤال الأول:

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

① تتألف دائرة مهتزة من مكثفة سعتها C وشيعة ذاتيتها L دورها الخاص T_0 استبدلنا المكثفة C بمكثفة أخرى سعتها

$C' = 2C$ يصبح دورها الخاص T_0' فتكون العلاقة بين الدورين:

$$T_0' = \sqrt{2} T_0 \quad (A) \quad T_0 = \sqrt{2} T_0' \quad (B)$$

$$T_0' = 2T_0 \quad (D) \quad T_0 = 2T_0' \quad (C)$$

② تتألف دائرة مهتزة من مكثفة سعتها C وذاتية L وتواترها الخاص f_0 نستبدل الذاتية بذاتية أخرى بحيث $L' = 2L$

والمكثفة بمكثفة أخرى سعتها $C' = \frac{C}{2}$ فيصبح تواترها الخاص

$$f_0' = f_0 \quad (A) \quad f_0' = 2f_0 \quad (B)$$

$$f_0' = \frac{1}{2}f_0 \quad (C) \quad f_0' = \frac{1}{4}f_0 \quad (D)$$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- تتألف دائرة من مقاومة أومية ومكثفة، فهل يمكن عدها دائرة مهتزة؟ ولماذا؟

2- متى يكون توزيع المكثفة في وشيعة لا دورياً؟ ولماذا؟

3- استنتج أن طاقة دائرة (C, L) مقدار ثابت في كل لحظة مع رسم الخطوط البيانية.

1- لا يمكن. لعدم وجود وشيعة تخزن الطاقة التي تعطيها المكثفة.

2- يكون التفريغ لا دورياً إذا بلغت المقاومة قيمة كبيرة نسبياً.

التفسير: إن الطاقة التي تعطيها المكثفة للوشيعة والمقاومة تتحول إلى حرارة بفعل جول في المقاومة، حيث تتبدد كامل طاقة المكثفة دفعة واحدة أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبر الوشيعة ومقاومة الدارة.

3- الطاقة الكلية في الدارة المهتزة تساوي مجموع هاتين الطائفتين أي: $E = E_C + E_L$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 \quad \text{نعوض}$$

$$\bar{q} = q_{\max} \cos(\omega_e t) \quad , \quad \bar{i} = -\omega_e q_{\max} \sin(\omega_e t) \quad \text{ولكن}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q_{\max}^2}{C} \sin^2(\omega_e t) + \frac{1}{2} L \omega_e^2 q_{\max}^2 \cos^2(\omega_e t) \quad \text{نعوض نجد:}$$

$$L \omega_e^2 = \frac{1}{C} \quad \text{ولكن:}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q_{\max}^2}{C} = \text{const} \quad \text{بالتعويض والاختصار نجد:}$$

ثالثاً أعط تفسيراً علمياً

1- تبدي المكثفة ممانعة كبيرة للتيارات منخفضة التواتر:

$$X_C = \frac{1}{\omega c} = \frac{1}{2\pi f c}$$

نجد أن اتساعية المكثفة تتناسب عكساً مع تواتر التيار

2- تبدي الوشيعة ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواتر:

$$X_L = \omega . L = 2\pi f L$$

لأن ممانعة الوشيعة (الردية) تعطى بالعلاقة: نجد أن ردية الوشيعة تتناسب طردياً مع تواتر التيار

مسألة (1):

تتألف دائرة مهتزة من:

1- مكثفة إذا طُبّق بين لبوسيهما فرق كمون 50 V شحن كلّ من لبوسيهما $0.5 \mu C$.

2- وشيعة طولها 10 cm وطول سلكها 16 m بطبقة واحدة مقاومتها مهملة. المطلوب:

(a) احسب تواتر الاهتزازات الكهربائية المارة فيها.

(b) احسب شدة التيار الأعظمي المار في الدائرة.

الحل: نحسب التواترات من القانون: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ نحسب سعة المكثفة $C = \frac{q}{U} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{50} = 10^{-8} F$ نحسب ذاتية الوشيعة $L = 10^{-7} \frac{l'^2}{l} = 10^{-7} \frac{(16)^2}{10 \times 10^{-2}} = 256 \times 10^{-6} H$ نعوض في قانون التواتر باعتبار أن $(4\pi = 12.5)$: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{256 \times 10^{-6} \times 10^{-8}}} = \frac{1}{32\pi \times 10^{-7}} = 10^5 Hz$ (b) حساب شدة التيار الأعظمي من القانون $I_{max} = \omega_0 \cdot q_{max}$ نحسب أولاً $\omega_0 = 2\pi f_0 \rightarrow \omega_0 = 2\pi \times 10^5 rad.s^{-1}$ نعوض في قانون شدة التيار الأعظمي: $I_{max} = 2\pi \times 10^5 \times 0.5 \times 10^{-6} = \pi \times 10^{-1} A$

مسألة (2):

نريد أن نحقق دائرة مهتزة مفتوحة طول موجة الاهتزاز الذي تشعّه 200 m فنؤلفها من ذاتية قيمتها

 $0.1 \mu H$ ومن مكثفة متغيرة السعة.احسب سعة المكثفة اللازمة لذلك علماً أن سرعة انتشار الاهتزاز $3 \times 10^8 m.s^{-1}$

الحل:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

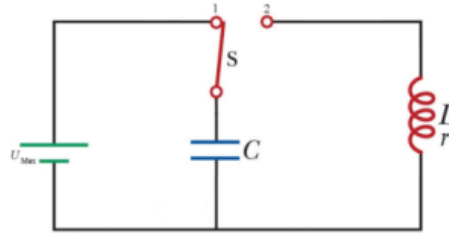
$$C = \frac{\lambda}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{\lambda}{C}$$

$$T_0 = \frac{200}{3 \times 10^8} = \frac{2}{3} \times 10^{-6} s$$

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = \frac{\left(\frac{2}{3} \times 10^{-6}\right)^2}{4\pi^2 \times 0.1 \times 10^{-6}}$$

$$C = \frac{1}{9} \times 10^{-6} F$$

مسألة (3):



نكوّن دائرة كما في الشكل والمؤلفة من:

- مكثّفة سعتها $C = 2 \times 10^{-5} \text{ F}$.
- وشيعة مقاومتها r وذاتيّتها L .
- مولّد يُعطي توترًا ثابتًا قيمته $U_{\max} = 6 \text{ V}$.
- قاطعة.

1. نغلق القاطعة في الوضع (1) لنشحن المكثّفة.
احسب الشحنة المختزنة في المكثّفة عند نهاية الشّحن.
2. نغلق القاطعة في الوضع (2)، فسّر ما يحدث في الدّارة.

الحل:

$$\begin{aligned} q_{\max} &= C U_{\max} \\ q_{\max} &= 2 \times 10^{-5} \times 6 \\ q_{\max} &= 12 \times 10^{-5} \text{ C} \end{aligned} \quad (A)$$

مسألة (4):

مكثّفة سعتها $C = 10^{-12} \text{ F}$ تشحن بواسطة مولّد تيار متواصل فرق الكمون بين طرفيه $U_{\max} = 10^3 \text{ V}$ ومقاومته مهملة.

1. احسب شحنة المكثّفة والطاقة المختزنة فيها.
2. بعد شحن المكثّفة توصل بوشيعة ذاتيّتها $L = 16 \text{ mH}$ مقاومتها الأوميّة مهملة. المطلوب:
 - a. حساب تواتر الاهتزازات الكهربائيّة.
 - b. اكتب التّابع الزّمني لكلّ من الشّحنة وشدّة التيار بدءًا من الشكل العامّ معتبرًا مبدأ الزّمن لحظة وصل المكثّفة المشحونة بالوشيعة.

الحل:

$$\begin{aligned} 1 - \text{حساب شحنة المكثّفة: } q &= C U = 10^{-12} \times 10^3 = 10^{-9} \text{ C} \\ \text{حساب الطاقة المختزنة فيها: } E &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{10^{-18}}{10^{-12}} = 5 \times 10^{-6} \text{ J} \\ 2 - \text{حساب التواتر:} \end{aligned}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{16 \times 10^{-3} \times 10^{-12}}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi^2 \times 16 \times 10^{-15}}} = \frac{10^7}{8} = 125 \times 10^4 \text{ Hz} \quad (a)$$

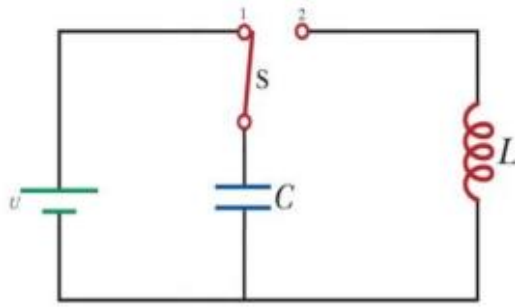
(b) التّابع الزّمني للشّحنة:

$$\begin{aligned} q &= q_{\max} \cos(2\pi f t) \\ q &= 10^{-9} \cos 2\pi \times 125 \times 10^4 t \\ q &= 10^{-9} \cos 25\pi \times 10^5 t \end{aligned}$$

التّابع الزّمني للتيار:

$$i = 25\pi \times 10^{-4} \cos(25\pi \times 10^5 t + \frac{\pi}{2})$$

مسألة (5):



1. نركب الدارة الموضحة بالشكل حيث

$$U = 10^3 \text{ V} \quad C = 10^{-12} \text{ F} \quad L = 10^{-3} \text{ H}$$

نصل القاطعة إلى الوضع (1) احسب القيمة العظمى لشحنة المكثفة.

2. نحول القاطعة إلى الوضع (2) احسب تواتر التيار المهتز المار من الوشعة ونبضه، واكتب التابع الزمني للشدة اللحظية معتبرا مبدأ الزمن لحظة وصل القاطعة إلى النقطة (2).

الحل:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 2\pi f_0 \text{ Hz} \\ \omega_0 &= 2\pi \times 5 \times 10^6 \\ \omega_0 &= \pi \times 10^5 \text{ rad.s}^{-1} \\ I_{\max} &= q_{\max} \omega_0 \\ I_{\max} &= \pi 10^{-4} \text{ A} \\ \bar{i} &= \pi \times 10^{-4} \cos(\pi 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

$$q_{\max} = C U_{\max} \quad -1$$

$$q_{\max} = 10^{-12} \times 10^3$$

$$q_{\max} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad -2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{10^{-3} \times 10^{-12}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{10^{-14}}$$

$$T_0 = 2 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \times 10^{-7}} = 5 \times 10^6$$

مسألة (6)

تتألف دارة اهتزاز كهربائي من مكثفة سعتها صغيرة من رتبة 10^{-8} F موصولة مع وشعة مهملة المقاومة ذاتيها صغيرة من رتبة 10^{-4} H احسب دور التفريغ وتواتره، ماذا نسوي التيار الموافق لهذا التواتر؟

الحل:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \sqrt{10^{-4} \times 10^{-8}} = 2\pi \times 10^{-6} \text{ s}$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-6}} \approx 8 \times 10^4 \text{ Hz}$$

يسمى تيار عالي التواتر.

الدرس الأول

قسم الكيمياء

الحموض والاسس

الاساس	الحمض	
كل مادة كيميائية تحرر ايون الهيدروكسيد OH^- عند انحلالها في الماء	كل مادة كيميائية تحرر ايون الهيدروجين H^+ عند انحلالها في الماء	نظرية أرينيوس
كل مادة كيميائية قادرة على استقبال بروتون H^+ أو أكثر لمادة أخرى تتفاعل معها	كل مادة كيميائية قادرة على منح بروتون H^+ أو أكثر لمادة أخرى تتفاعل معها	نظرية برونشتد-لوري
تقاس قوة الأساس بسهولة استقبال بروتون أو أكثر	تقاس قوة الحمض بسهولة منحه لبروتون أو أكثر	القوة
تتأين الأسس القوية كلياً في الماء	تتأين الحموض القوية كلياً في الماء	التأين
تتأين الأسس الضعيفة جزئياً في الماء	تتأين الحموض الضعيفة جزئياً في الماء	

أهم الحموض والاسس

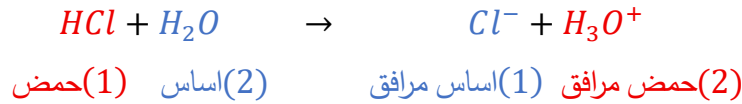
اسم الحمض	الصيغة الجزيئية	القوة	اسم الأساس	الصيغة الجزيئية	القوة
حمض كلور الماء	HCl	قوي	هيدروكسيد الصوديوم	$NaOH$	قوي
حمض الأزوت	HNO_3	قوي	هيدروكسيد البوتاسيوم	KOH	قوي
حمض الكبريت	H_2SO_4	قوي	هيدروكسيد الكالسيوم	$Ca(OH)_2$	قوي
حمض الخل	CH_3COOH	ضعيف	هيدروكسيد المغنيزيوم	$Mg(OH)_2$	ضعيف
حمض النمل	$HCOOH$	ضعيف	هيدروكسيد الأمونيوم	NH_4OH	ضعيف
حمض الكربون	H_2CO_3	ضعيف	هيدروكسيد الألمنيوم	$Al(OH)_3$	ضعيف
حمض سيانيد الهيدروجين	HCN	ضعيف	هيدروكسيد الحديد III	$Fe(OH)_3$	ضعيف
حمض فلوريد الهيدروجين	HF	ضعيف	النشادر	NH_3	ضعيف
حمض الفوسفور	H_3PO_4	ضعيف			

أهم القوانين

القانون	استخداماته
$[H_3O] = 10^{PH}$	يستخدم لحساب PH إذا كان تركيز $[H_3O]$ معلوم
$PH + POH = 14$	يستخدم لحساب PH أو لحساب POH
$[OH] = 10^{-POH}$	يستخدم لحساب POH إذا كان تركيز $[OH]$ معلوم
$[OH] \cdot [H_3O] = 10^{-14}$	لحساب $[OH]$ أو حساب $[H_3O]$
$\alpha = \frac{[H_3O]}{C_a}$	ثابت تأين الحمض الضعيف حيث C_a تركيز الحمض الضعيف
$\alpha = \frac{[OH]}{C_b}$	ثابت تأين الحمض الضعيف حيث C_b تركيز الاساس الضعيف
$[H_3O] = \sqrt{C_a \cdot K_a}$	تركيز $[H_3O]$ من أجل الحموض الضعيفة حيث K_a ثابت تأين الحمض الضعيف
$[OH] = \sqrt{C_b \cdot K_b}$	تركيز $[OH]$ من أجل الحموض الضعيفة حيث K_b ثابت تأين الاساس الضعيف

$m = CMV$	لحساب كتلة الحمض المتفاعل
$C = \frac{m}{M_n \cdot V}$ $C = \frac{n}{V}$	لحساب التركيز المولي للحمض إذا كان عدد المولات n مجهول لحساب التركيز المولي إذا كان عدد المولات n معلوم
$C \times V = C' \times V'$ بعد التمديد = قبل التمديد	يستخدم القانون عند التمديد

اكتب معادلة تأين حمض كلور الماء وحدد الأزواج المترافقة وفق برونشتد-لوري
الحل:



الأزواج المترافقة (HCl/Cl^-)

(H_3O^+/H_2O)

مثال: اكتب معادلة تأين النشادر وحدد الأزواج المترافقة (اساس/حمض) وفق نظرية برونشتد-لوري
الحل:



الأزواج المترافقة (NH_4^+/NH_3)

(H_2O/OH^-)

اكتب معادلة التأين الذاتي للماء وحدد الأزواج المترافقة وفق برونشتد-لوري
اكتب عبارة ثابت التوازن (ثابت تأين الماء)
فسر السلوك المذبذب للماء
الحل:

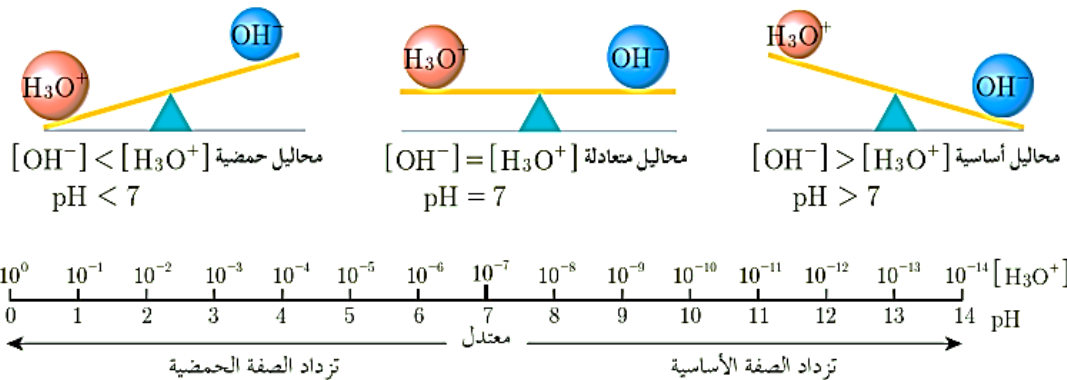


الأزواج المترافقة: (H_3O^+/H_2O)

(H_2O/OH^-)

عبارة ثابت التوازن: $K_W = [H_3O^+][OH^-]$

التفسير: لان الماء يسلك سلوك حمض أحياناً وسلوك اساس أحياناً وفق المادة التي يتفاعل معها.



ملاحظة: بزيادة قوة الحمض تقل قوة اساسه المرافق، وعندما تقل قوة الحمض تزداد قوة الأساس المرافق

سؤال: لديك محلول من حمض ضعيف HA والمطلوب:

1- أكتب معادلة تأيينه. $HA + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$ **الحل**

2- اكتب عبارة ثابت تأين الحمض الضعيف K_a **الحل** $k_a = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[HA]}$

3- أثبت أن $[H_3O^+] = \sqrt{K_a \cdot C_a}$

الحل باعتبار $[H_3O^+] = [A^-]$ و $[HA] = C_a$ نعوض في ثابت التأيين $k_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C_a} \leftarrow [H_3O^+] = \sqrt{K_a \cdot C_a}$

سؤال: لديك محلول من حمض ضعيف B والمطلوب:

1- أكتب معادلة تأيينه. $B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$ **الحل**

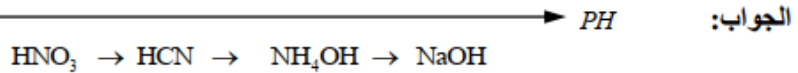
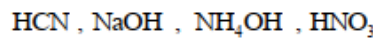
2- اكتب عبارة ثابت تأين الحمض الضعيف K_b **الحل** $k_a = \frac{[OH^-].[BH^+]}{[B]}$

3- أثبت أن $[OH^-] = \sqrt{K_b \cdot C_b}$

الحل باعتبار $[OH^-] = [BH^+]$ و $[B] = C_b$ نعوض في ثابت التأيين $k_a = \frac{[OH^-]^2}{C_b} \leftarrow [OH^-] = \sqrt{K_b \cdot C_b}$

حل تمارين درس الحموض والاسس

أولاً: رتب المحاليل الآتية متساوية التراكيز تصاعدياً وفق تزايد قيمة الـ PH :



ثانياً:

يبين الجدول الآتي قيم ثوابت التأيين لبعض محاليل الحموض الضعيفة متساوية التراكيز عند الدرجة $25^\circ C$

الحمض	الصيغة	ثابت التأيين K_a
حمض سيان الهيدروجين	HCN	5×10^{-10}
حمض الكربون	H_2CO_3	4.3×10^{-7}
حمض النمل	$HCOOH$	1.8×10^{-4}

اعتماداً على الجدول السابق اجب عن الأسئلة الآتية:

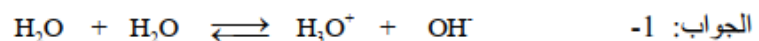
- حدد الحمض الأقوى. ما هو أساسه المرافق؟
- حدد الحمض الأكبر قيمة pH والحمض الأصغر قيمة pH .
- في أي محلول يكون $[OH^-]$ أكبر؟

الجواب:

- الحمض الأقوى هو حمض النمل لأن له أكبر قيمة ثابت تأين $K_a = 1.8 \times 10^{-4}$ وأساسه المرافق هو $HCOO^-$.
- الحمض الأكبر قيمة pH هو حمض سيان الهيدروجين، والحمض الأصغر قيمة pH هو حمض النمل.
- في محلول حمض سيان الهيدروجين.

ثالثاً: 1- اكتب معادلة التأيين الذاتي للماء ثم حدّد الأزواج المترافقة وفق نظرية (برونشتد- لوري)

2- يعدّ الماء (H_2O) نموذجاً للمركبات المذبذبة، فسّر ذلك موضّحاً بالمعادلات اللازمة.



2- يلاحظ من المعادلة السابقة أن الماء يسلك سلوك حمض و يسلك سلوك أساس.

3- نطبق علاقة التمديد

$$CV = C'V'$$

$$0.05 \times V = C' \times 10V$$

$$C' = 0.005 \text{ mol.L}^{-1}$$

نحسب تركيز أيونات الهيدرونيوم الجديد:

$$[H_3O^+] = \sqrt{k_a C_a'}$$

$$[H_3O^+] = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.005} = \sqrt{10^{-7}} = 10^{-3.5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH'} = 10^{-3.5} \Rightarrow pH' = 3.5$$

المسألة الثالثة:

محلول لحمض الكبريت بفرض أنه تام التأين له قيمة $pH=1$

المطلوب:

1 - اكتب معادلة تأين هذا الحمض.

2 - احسب تركيز هذا الحمض ب mol.L^{-1} .

3 - احسب كتلة حمض الكبريت في 50mL من محلول الحمض السابق.

H:1 O:16 S:32

الحل:

1 - حمض الكبريت حمض قوي $H_2SO_4 + 2H_2O \longrightarrow SO_4^{2-} + 2H_3O^+$

2 - حساب تركيز حمض الكبريت: لدينا $pH=1 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

$$C = \frac{[H_3O^+]}{2} = \frac{10^{-1}}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

3 - باستخدام العلاقة: $m = C \cdot V \cdot M_{H_2SO_4}$

$$m = 0.05 \times 50 \times 10^{-3} \times 98 = 0.245 \text{ g}$$

المسألة الرابعة:

محلول مائي للنشادر له $pOH=3$ ودرجة تأينه 2%

المطلوب:

1 - اكتب معادلة تأين النشادر.

2 - احسب $[OH^-]$ للمحلول.

3 - احسب التركيز الابتدائي للمحلول.

4 - احسب ثابت تأين النشادر.

5 - نمذد المحلول السابق 10مرات، احسب pOH المحلول الناتج عن التمديد.

الحل: تصويب بالكتاب المدرسي: تستبدل $pOH=3$ بـ $pOH=11$

1 - معادلة تأين النشادر: $NH_3 + H_2O \rightleftharpoons NH_4^+ + OH^-$

2 - حساب $[OH^-]$ من العلاقة:

$$pOH=3 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-3}$$

$$[OH^-] = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

3 - حساب التركيز الابتدائي للمحلول: من قانون درجة التأين:

$$\alpha = \frac{[OH^-]}{C_b}$$

$$0.02 = \frac{10^{-3}}{C_b} \Rightarrow C_b = \frac{10^{-3}}{0.02} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1}$$

4 - حساب ثابت التأين:

$$\text{بالتربيع: } [OH^-] = \sqrt{k_b \cdot C_b} \Rightarrow 10^{-3} = \sqrt{K_b \times 0.05}$$

$$K_b = \frac{10^{-6}}{0.05} = 2 \times 10^{-5}$$

رابعاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1 - محلول لحمض النمل $HCOOH$ تركيزه الابتدائي 0.5 mol.L^{-1} وثابت تأينه 2×10^{-4} فتبلغ قيمة pH له:

1 (a) 2 (b) 12 (c) 13 (d)

2 - محلول لهيدروكسيد البوتاسيوم KOH تركيزه 0.01 mol.L^{-1} نمذده بالماء المقطر 100 مرة فتصبح قيمة المحلول قيمة pH المحلول هو:

10 (a) 11 (b) 12 (c) 13 (d)

3 - المحلول المائي الذي له أصغر قيمة pH من المحاليل الآتية متساوية التركيز هو محلول:

CH_3COOH (d) HNO_3 (c) NH_4OH (b) NH_3 (a)

4 - أحد الأزواج الآتية لا يشكل زوج (أساس/حمض):

HCN/CN^- (d) HNO_2/HNO_3 (c) HCl/Cl^- (b) NH_4^+/NH_3 (a)

5 - من صفات المحلول الحمضي:

$pH > 7$ (d) $[H_3O^+] > 10^{-7}$ (c) $[OH^-] > 10^{-7}$ (b) $[H_3O^+] < [OH^-]$ (a)

خامساً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

نذيب 5.6g من محلول هيدروكسيد البوتاسيوم KOH بالماء المقطر، ونكمل الحجم إلى 100ml

المطلوب:

1 - احسب $[OH^-]$ ، $[H_3O^+]$

2 - احسب قيمة pOH ، pH للمحلول. H:1 O:16 K:39

الحل:

1 - لنحسب عدد مولات هيدروكسيد البوتاسيوم: $n = \frac{m}{M} = \frac{5.6}{56} = 0.1 \text{ mol}$

فيكون تركيزه: $C = \frac{n}{V} = \frac{0.1}{100 \times 10^{-3}} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$

$$\Rightarrow C_{KOH} = [OH^-] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{1} = 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

2 - حساب

$$[H_3O^+] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-14} = 10^{-pH} \Rightarrow pH = 14$$

$$pH + pOH = 14 \Rightarrow pOH = 0$$

المسألة الثانية:

محلول لحمض الخل تركيزه الابتدائي 0.05 mol.L^{-1} وثابت تأينه 2×10^{-5}

المطلوب:

1 - اكتب معادلة تأين هذا الحمض.

2 - احسب قيمة pH المحلول.

3 - احسب درجة تأين هذا الحمض.

4 - نمذد المحلول السابق 10 مرات، احسب pH المحلول بعد التمديد.

الحل:

1 - معادلة تأين حمض الخل: $CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

2 - بما أنه حمض ضعيف: $[H_3O^+] = \sqrt{k_a \cdot C_a}$

$$[H_3O^+] = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.05} = \sqrt{10^{-6}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3} \Rightarrow pH = 3$$

5- من قانون التمديد:

$$CV = C'V'$$

$$0.05 \times V = C' \times 10V$$

$$C' = 0.005 \text{ mol.L}^{-1}$$

لنحسب تركيز أيونات الهيدروكسيد الجديدة:

$$[\text{OH}^-]' = \sqrt{k_b \cdot C_b'} \Rightarrow [\text{OH}^-]' = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.005}$$

$$[\text{OH}^-]' = \sqrt{2 \times 10^{-5} \times 0.005} = \sqrt{10^{-7}} = 10^{-3.5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-]' = 10^{-3.5} = 10^{-\text{pOH}} \Rightarrow \text{pOH}' = 3.5$$

المسألة الخامسة:

عينة غير نقية هيدروكسيد الصوديوم كتلتها 10g تُذاب في الماء المقطر، ونكمل الحجم إلى 2L فتصبح قيمة $\text{pOH}=1$ والمطلوب حساب :

$$1 - [\text{H}_3\text{O}^+], [\text{OH}^-]$$

2 - تركيز هيدروكسيد الصوديوم المولي ثم الغرامي.

3 - كتلة هيدروكسيد الصوديوم النقي في العينة

4 - النسبة المئوية للشوائب في العينة

5 - حجم الماء المقطر اللازم إضافتها إلى 50 mL من المحلول السابق ليصبح تركيزه $10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.
(Na:23 O:16 H:1)

الحل:

$$1 - \text{حساب } [\text{H}_3\text{O}^+], [\text{OH}^-]:$$

$$\text{pOH}=1 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-1}} = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

2- إن محلول هيدروكسيد الصوديوم أساس قوي:

$$\Rightarrow C_{\text{NaOH}} = [\text{NaOH}] = [\text{OH}^-] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

التركيز الغرامي:

$$C_{\text{g.L}^{-1}} = C_{\text{mol.L}^{-1}} \cdot M_{\text{NaOH}}$$

$$C_{\text{g.L}^{-1}} = 10^{-1} \times 40 = 4 \text{ g.L}^{-1}$$

3- حساب كتلة هيدروكسيد الصوديوم النقي في العينة:

$$m = C \cdot V \cdot M_{\text{NaOH}} = 10^{-1} \times 2 \times 40 = 8 \text{ g}$$

4- النسبة المئوية للشوائب في العينة:

كل 10 g عينة فيها 8 g هيدروكسيد صوديوم نقي و 2 g شوائب
كل 100 عينة فيها x شوائب

$$20\% \quad x = \frac{100 \times 2}{10} = 20 \text{ g}$$

5- نطبق علاقة التمديد:

$$CV = C'V'$$

$$0.1 \times 50 = 10^{-3} \times V'$$

$$V' = 5000 \text{ mL}$$

$$V' = 5000 - 50 = 4950 \text{ mL}$$

انتهت أسئلة درس الحموض والاسس

- تفيد المعايرة الحجمية في تحديد تركيز أحد المواد المتفاعلة مجهولة التركيز بتفاعلها مع مادة أخرى تُدعى المحلول القياسي (تركيزه معلوم ومحدد بدقة).

- عند نقطة نهاية تفاعل معايرة حمض قوي - أساس قوي يكون: $n(H_3O^+) = n(OH^-)$
- عند نقطة نهاية تفاعل معايرة حمض ضعيف بأساس قوي يكون:
- عدد أيونات الهيدروكسيد (OH^-) المضافة = عدد مولات الحمض المتأين
- عند نقطة نهاية تفاعل معايرة أساس ضعيف بحمض قوي يكون:
- عدد أيونات الهيدرونيوم (H_3O^+) المضافة = عدد مولات الأساس المتأين
- يعد أزرق بروم التيمول مشعراً مناسباً لمعايرة حمض قوي - أساس قوي. لأن مجاله من (6 ← 7.6) يحوي pH نقطة نهاية تفاعل المعايرة.
- يعد الفينول فتالين مشعراً مناسباً لمعايرة حمض ضعيف بأساس قوي. لأن مجاله من (8.2 ← 10) يحوي pH نقطة نهاية تفاعل المعايرة.
- يعد أحمر المتيل مشعراً مناسباً لمعايرة أساس ضعيف بحمض قوي. لأن مجاله من (4.2 ← 6.2) يحوي pH نقطة نهاية تفاعل المعايرة.

القانون	الوحدة	
عدد المولات	$n = \frac{m}{M}$	يستخدم لحساب عدد المولات
التركيز المولي	$c = \frac{n}{V}$	يستخدم لحساب التركيز المولي
التركيز الغرامي	$c = \frac{m}{V}$	يستخدم لحساب التركيز الغرامي
قانون التمديد	$n' = n$ $C' \times V' = C \times V$	
الكتلة الغرامية	$m = C \cdot M \cdot V$	
معايرة حمض قوي بأساس قوي	معايرة أساس ضعيف بحمض قوي	معايرة حمض ضعيف بأساس قوي
$PH = 7$	$PH < 7$	$PH > 7$
المشعر أزرق بروم التيمول	المشعر أحمر الميتيل	المشعر فينول فتالين
$n(H_3O^+) = n(OH^-)$	$n(حمض) = n(OH^-)$	$n(أساس) = n(OH^-)$

ملاحظة حول حل رقم (1) : لدينا من مبدأ المعايرة:

$$n_{(NaOH)} = n_{(HCl)}$$

$$\frac{m}{M_{NaOH}} = C_{HNO_3} \cdot V$$

$$\frac{4}{40} = C_{HNO_3} \times 0.2$$

$$\Rightarrow C_{HNO_3} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$C_{g.L^{-1}} = C_{mol.L^{-1}} \cdot M_{HNO_3}$$

$$C_{g.L^{-1}} = 0.5 \times 63 = 31.5 \text{ g.L}^{-1}$$

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. عند معايرة 200mL من محلول لحمض الأزوت يلزم 4g من هيدروكسيد الصوديوم عندما يكون تركيز محلول الحمض مقترناً (g.L^{-1})

14.2 (d)

20.5 (c)

18.25 (b)

31.5 (a)

2. المشعر الذي يحدّد بدقّة أكبر نقطة نهاية معايرة أساس ضعيف بحمض قويّ هو :

- (a) أزرق بروم التيمول (b) الفينول فتالين (c) أحمر المتيل (d) الهليانثين

3. عند معايرة حمض النمل بهيدروكسيد البوتاسيوم يكون عند نقطة نهاية تفاعل المعايرة.

- (a) $pH > 7$ (b) $pH < 7$ (c) $pH = 7$ (d) $pH \leq 7$

ثانياً: أعط تفسيراً علمياً لكلّ ممّا يأتي:

1- تكون قيمة $pH < 7$ عند معايرة أساس ضعيف بحمض قويّ.

لأن الأيونات الناتجة عن المعايرة تسلك سلوك حمض ضعيف.

2- يعتبر أزرق بروم التيمول مشعراً مناسباً عند معايرة حمض قويّ بأساس قويّ.

لأن مداه بين (6-7.6) يحوي قيمة pH نقطة نهاية تفاعل المعايرة.

3- استخدام أحد مشعرات (حمض - أساس) في معايرة التعديل.

لتحديد نقطة نهاية تفاعل المعايرة.

4- عند معايرة حمض النمل بهيدروكسيد الصوديوم يكون الوسط عند نهاية المعايرة أساسياً.

لأن أيونات النملات الناتجة عن المعايرة تسلك سلوك أساس ضعيف.

المسألة الأولى:

محلول حمض كلور الماء تركيزه 0.01 mol.L^{-1} المطلوب:

1. احسب قيمة pH محلول الحمض السابق.

2. يلزم لمعايرة 20 mL من الحمض السابق 5 mL من هيدروكسيد الصوديوم ذي التركيز 0.02 mol.L^{-1} .

وحجم V_2 من هيدروكسيد البوتاسيوم ذي التركيز 0.05 mol.L^{-1} . والمطلوب:

1. اكتب المعادلة الأيونية لتفاعل المعايرة الحاصل.

2. احسب حجم هيدروكسيد البوتاسيوم اللازم لإتمام المعايرة.

3. احسب حجم الماء المقطر اللازم إضافته إلى 10 mL من الحمض السابق لتصبح $pH = 3$.

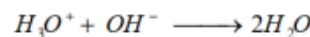
الحل:

1- حمض كلور الماء قوي وحيد الوظيفة الحمضية:

$$[H_3O^+] = C_a = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log [H_3O^+] = -\log 10^{-2} = 2$$

2- المعادلة الأيونية لتفاعل المعايرة:



$$n_{(H_3O^+)} = n_{1(OH^-)} + n_{2(OH^-)}$$

$$CV = C_1.V_1 + C_2.V_2$$

$$0.01 \times 20 = 0.02 \times 5 + 0.05 \times V_2$$

$$V_2 = 2 \text{ mL}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n = n \text{ (بعد التمديد) } = n \text{ (قبل التمديد)}$$

$$C_1V_1 = C_2V_2$$

$$10^{-2} \times 10 = 10^{-3} \times V_2$$

$$V_2 = 100 \text{ mL}$$

$$V = 100 - 10 = 90 \text{ mL} \quad \text{حجم الماء المضاف:}$$

المسألة الثانية:

يؤخذ 20 mL من حمض الكبريت تركيزه 0.05 mol.L^{-1} ويضاف إلى 10 mL من محلول هيدروكسيد الصوديوم حتى تمام المعايرة. والمطلوب:

1. اكتب المعادلة الكيميائية المعبرة عن التفاعل الحاصل.
2. احسب تركيز محلول هيدروكسيد الصوديوم المستخدم.
3. ما هو pH المحلول الناتج عن المعايرة؟ وما المشعر المناسب لهذه المعايرة؟
4. احسب التركيز المولي لمحلول ملح كبريتات الصوديوم الناتج.

الحل:



2- حساب تركيز هيدروكسيد الصوديوم:

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)} = n_{(\text{OH}^-)}$$

$$2C.V = C'.V'$$

$$2 \times 0.05 \times 20 = C' \times 10$$

$$C' = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

3- قيمة $\text{pH} = 7$ لأنها معايرة حمض قوي بأساس قوي والمشعر المناسب هو أزرق بروم التيمول.

4- حساب التركيز المولي لمحلول ملح كبريتات الصوديوم الناتج:

يمكن حسابها بثلاث طرق:

طريقة 1	طريقة 2	طريقة 3
$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)} = n_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)}$ $C.V = C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} V_{\text{TOT}}$ $0.05 \times 20 = C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} \times 30$ $C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} = \frac{1}{30} \text{ mol.L}^{-1}$	$n_{(\text{OH}^-)} = 2n_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)}$ $C.V = 2C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} V_{\text{TOT}}$ $0.2 \times 10 = 2C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} \times 30$ $C_{(\text{Na}_2\text{SO}_4)} = \frac{1}{30} \text{ mol.L}^{-1}$	$\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{NaOH} \longrightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$ $1 \text{ mol} \quad \quad \quad 1 \text{ mol}$ $0.05 \times 0.02 \quad \quad \quad n$ $n = \frac{0.02 \times 0.05}{1} = 0.001 \text{ mol}$ $C = \frac{n}{V} = \frac{0.001}{30 \times 10^{-3}} = \frac{1}{30} \text{ mol.L}^{-1}$

المسألة الثالثة:

تذاب عينة غير نقية كتلتها 2.8g من هيدروكسيد البوتاسيوم في الماء، ويكمل الحجم إلى 200 mL ، فإذا

علمت أنه يلزم لتعديل 25 mL منه 30 mL من حمض كلور الماء تركيزه 0.1 mol.L^{-1} بالإضافة إلى

20 mL من حمض الكبريت تركيزه 0.05 mol.L^{-1} . المطلوب:

1. احسب تركيز محلول هيدروكسيد البوتاسيوم.

2. احسب كتلة هيدروكسيد البوتاسيوم النقية في هذه العينة.

3. احسب النسبة المئوية للشوائب في هذه العينة.

الكتل الذرية: (K:39 ، S:32 ، O:16 ، Cl:35.5 ، H:1)

2- حساب كتلة هيدروكسيد البوتاسيوم النقية:

$$m = C.V.M_{\text{KOH}}$$

$$m = 0.2 \times 0.2 \times 56$$

$$m = 2.24 \text{ g}$$

3- النسبة المئوية للشوائب في العينة: كتلة الشوائب: $m' = 2.8 - 2.24 = 0.56 \text{ g}$

كل 2.8 g عينة فيها شوائب 0.56 g
كل 100 فيها x

$$x = \frac{100 \times 0.56}{2.8} = 20 \text{ والنسبة } 20\%$$

الحل: ملاحظة رقم ناقص (حجم حمض كلور الماء 30 ml)

1- حساب تركيز محلول هيدروكسيد البوتاسيوم:

$$n_{(\text{OH}^-)} = (\text{H}_2\text{SO}_4)2n_{(\text{H}_3\text{O}^+)} + (\text{HCl})n_{(\text{H}_3\text{O}^+)}$$

$$C.V = 2C_1.V_1 + C_2.V_2$$

$$C \times 25 = 2 \times 0.05 \times 20 + 0.1 \times 30$$

$$C = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

المسألة الرابعة:

يلزم لتعديل 10 mL محلول كربونات الصوديوم تعديلاً تاماً 40 mL من حمض كلور الماء تركيزه 0.1 mol.L^{-1}

المطلوب:

1. اكتب معادلة تفاعل المعايرة الحاصل.
2. احسب تركيز كربونات الصوديوم
3. احسب كتلة كربونات الصوديوم في 100mL من محلوله السابق
4. نأخذ 5mL من محلول الحمض السابق ونضيف له الماء إلى أن يصبح تركيزه 0.01 mol.L^{-1}

احسب حجم الماء المضاف

Na : 23 , C : 12 , O : 16, H : 1

الحل:

1- معادلة تفاعل المعايرة: $\text{Na}_2\text{CO}_3 + 2\text{HCl} \longrightarrow 2\text{NaCl} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

2- تسلك الكربونات سلوك أساس ثنائي الوظيفة:

$$n_{(\text{Na}_2\text{CO}_3)} = n_{(\text{H}_3\text{O}^+)}$$

$$2C.V = C'.V'$$

$$2 \times C \times 10 = 0.1 \times 40$$

$$C = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

3- حساب كتلة كربونات الصوديوم:

$$m = C.V.M_{\text{Na}_2\text{CO}_3}$$

$$m = 0.2 \times 0.1 \times 106$$

$$m = 2.12 \text{ g}$$

4- نطبق قانون التمديد:

$$C.V = C'.V'$$

$$0.1 \times 5 = 0.01 \times V'$$

$$V' = 50 \text{ mL}$$

$$V'' = 50 - 5 = 45 \text{ mL}$$

🔥 التغير الحراري الذي يحصل خلال التفاعل هو الفرق بين إنتالبيّة المواد الناتجة وإنتالبيّة المواد المتفاعلة.
🔥 أنواع حرارة التفاعل:

1- إنتالبيّة التكوّن القياسية: هي تغير الإنتالبيّة عند تكوّن 1mol من المادّة انطلاقاً من عناصرها الأولية في الشروط القياسية.

2- إنتالبيّة التّفكّك القياسية: هي تغير الإنتالبيّة عند تفكّك 1mol من المادّة إلى عناصرها الأولية في الشروط القياسية وحدتها kJ.mol^{-1}

3- حرارة الاحتراق القياسية: هي كمّيّة الحرارة المنتشرة عند احتراق 1mol من المادّة احتراقاً تاماً بوجود كمّيّة كافية من الأكسجين في الشروط القياسية وحدتها kJ.mol^{-1} .

4- حرارة الذوبان الموليّة: هي التغير الحراري الناتج عن ذوبان مول واحد من المُنحل لتكوين لتر من المحلول.

5- حرارة التّعديل: هي كمّيّة الحرارة المنطلقة نتيجة تكوّن مول واحد من الماء عند تعادل أيون H^+ ناتج من تأيّن حمض مع أيون OH^- ناتج من تأيّن أساس.

6- طاقة الرابطة المشتركة A-B: هي الطّاقة اللازمة لتفكيك 1mol من المادّة A-B في حالتها الغازيّة إلى ذرّاتٍ مُنفردة A، B في الحالة الغازيّة، ويُرمزُ لها ΔH_b .

🔥 حساب إنتالبيّة التفاعل:

1- اعتماداً على إنتالبيّات التكوّن من القانون: $\Delta H_{\text{rxn}} = \sum \Delta H_f^\circ - \sum \Delta H_f^\circ$

مواد متفاعلة مواد ناتجة

$$\Delta H_{\text{rxn}} = \sum \Delta H_b - \sum \Delta H_b$$

مواد متفاعلة مواد ناتجة

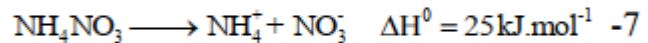
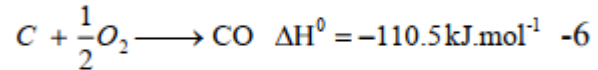
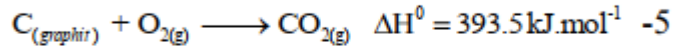
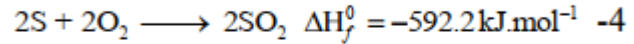
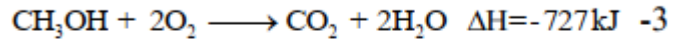
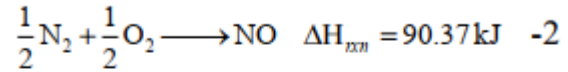
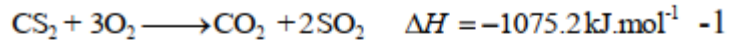
2- اعتماداً على طاقات الرّوابط من القانون:

3- اعتماداً على قانون هيس الذي ينصّ على أنّ تغير الإنتالبيّة المرافق لتفاعلٍ يُحافظ على قيمة ثابتة سواء تمّ التفاعل في مرحلة واحدة أم في عدّة مراحل.
 $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$

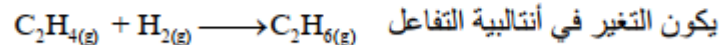
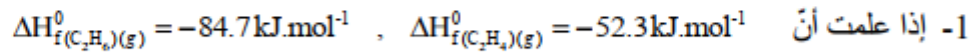


تمارين حرارة التفاعل

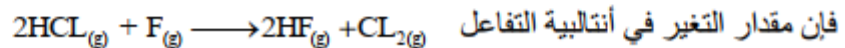
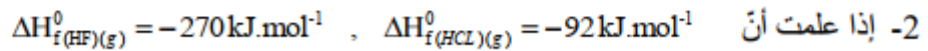
أولاً: اكتب المعادلات الكيميائية الحرارية للتفاعلات الآتية:



ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



$\Delta H = +32.4 \text{ kJ}$	D	$\Delta H = -32.4 \text{ kJ}$	C	$\Delta H = +137 \text{ kJ}$	B	$\Delta H = -137 \text{ kJ}$	A
-------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---



$\Delta H = -178 \text{ kJ}$	D	$\Delta H = -362 \text{ kJ}$	C	$\Delta H = +356 \text{ kJ}$	B	$\Delta H = -356 \text{ kJ}$	A
------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---

3- إذا علمت أن حرارة تكون هاليدات الهيدروجين:



فإن أقل هذه المركبات ثباتاً حرارياً هو:

HCL	D	HBr	C	HI	B	HF	A
-----	---	-----	---	----	---	----	---

4- إذا علمت أن حرارة تكون كل من الحموض:



فإن أكثر هذه المركبات ثباتاً حرارياً هو:

HNO ₃	D	H ₂ SO ₄	C	HCL	B	CH ₃ COOH	A
------------------	---	--------------------------------	---	-----	---	----------------------	---

5- إذا علمت أن حرارة تعادل حمض ضعيف وأساس قوي تساوي: $(-10.5 \text{ kJ.mol}^{-1})$ فإن حرارة تأين الحمض الضعيف تكون:

68.2 kJ.mol^{-1}	D	47.2 kJ.mol^{-1}	C	57.7 kJ.mol^{-1}	B	10.5 kJ.mol^{-1}	A
----------------------------	---	----------------------------	---	----------------------------	---	----------------------------	---

6- إذا علمت أن $\Delta H_f^0(\text{Al}_2\text{O}_3) = -1676 \text{ kJ.mol}^{-1}$ فإن قيمة أنتالبية التفاعل $2\text{Al}_2\text{O}_3 \longrightarrow 4\text{Al} + 3\text{O}_2$ هي:

-838 kJ	D	-3352 kJ	C	-838 kJ	B	3352 kJ	A
-------------------	---	--------------------	---	-------------------	---	-------------------	---

ثالثاً:

أعطِ تفسيراً لكلِّ ممَّا يأتي:

1. تغيُّر الإنتالبية يحدُّ تابع حالة.

● لأنه لا يتوقَّف على الطَّريق المسلوك بل يعتمدُ على الحالة الابتدائية والحالة النهائية للجُملَة.

2. يزداد الثَّبات الحراريُّ للمركَّب كلما زادت الحرارة المنتشرة عند تكوُّنه.

● لأنه يحتاج إلى طاقة أكبر ليتفكك.

3. حرارة تعديل حمض ضعيفٍ بأساسٍ قويٍّ، أقلُّ بالقيمة المطلقة من حرارة تعديل حمضٍ قويٍّ بأساسٍ قويٍّ.

● الحموض والأسس الضعيفة ذات درجة تأيُّن صغيرة، وعملية التأيُّن تحتاجُ إلى طاقةٍ حراريةٍ.

رابعاً: رتِّب الغازات الآتية:

وفق تزايد ثباتها الحراريِّ اعتماداً على جدولِ طاقات الروابط الآتي:

(Cl_{2(g)} , N_{2(g)} , O_{2(g)} , H_{2(g)})

الزَّابطة	H - H	O = O	N ≡ N	Cl - Cl
طاقة الزَّابطة (ΔH _b (kJ.mol ⁻¹)	436	495	946	243

الجواب: Cl₂ → H₂ → O₂ → N₂

خامساً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

احسب تغيُّر إنتالبية التَّفَاعُل الآتي: C₂H_{2(g)} + 2H_{2(g)} → C₂H_{6(g)}

في الدَّرَجَة (25 °C)، اعتماداً على جدول إنتالبيات التكوُّن القياسية.

الحل:

$$\Delta H_{rxn}^0 = \sum \Delta H_f^0 \text{ مواد ناتجة} - \sum \Delta H_f^0 \text{ مواد داخلة}$$

$$\Delta H_{rxn}^0 = [\Delta H_f^0 (C_2H_6)] - [\Delta H_f^0 (C_2H_2) + 2\Delta H_f^0 (H_2)]$$

$$\Delta H_{rxn}^0 = [-84.67] - [226.7 + 0]$$

$$\Delta H_{rxn}^0 = -311.37 \text{ kJ}$$

المسألة الثانية:

إذا علمت أن حرارة احتراق كل من CO و H_2 و $\text{CH}_3\text{-OH}$ هي على الترتيب:
 -727kJ.mol^{-1} , -286kJ.mol^{-1} , -284kJ.mol^{-1}

والمطلوب:

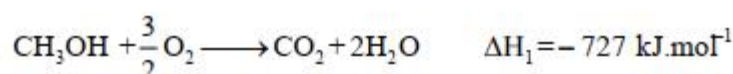
1. اكتب المعادلات الحرارية المعبّرة عن تفاعلات احتراق كل من المواد السابقة.
2. احسب تغير الإنتالبيّة القياسية للتفاعل الآتي:



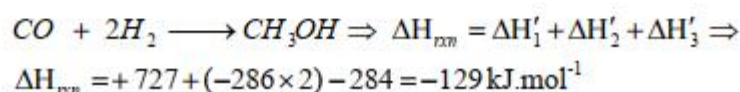
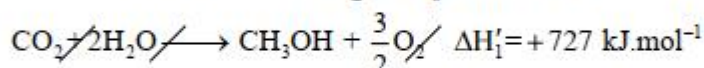
الحل: ملاحظة

يجب تعديل حرارة احتراق كل من CH_3OH و CO إلى: $(-727\text{ kJ.mol}^{-1})$ و $(-286\text{ kJ.mol}^{-1})$ في الكتاب

-1



2- نعكس التفاعل الأول ونضاعف التفاعل الثاني ونجمع المعادلات الناتجة الثلاث:



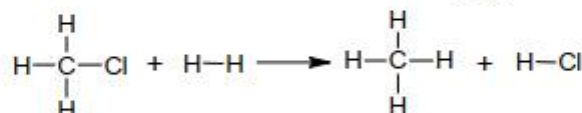
المسألة الثالثة:

احسب تغير الإنتالبيّة القياسية للتفاعل الآتي:



وذلك اعتمادًا على جدول مُعدّل طاقات الرّوابط الكيميائيّة.

الحل: نكتب المعادلة بالصيغة المنشورة:



$$\Delta H^\circ_{rxn} = [3\Delta H_{\text{b(C-H)}} + \Delta H_{\text{b(C-Cl)}} + \Delta H^\circ_{\text{b(H-H)}}] - [4\Delta H_{\text{b(C-H)}} + \Delta H_{\text{b(H-Cl)}}]$$

$$\Delta H^\circ_{rxn} = [3(415) + 328 + 436] - [4(415) + 432]$$

$$\Delta H^\circ_{rxn} = [328 + 436] - [415 + 432] = -83\text{ kJ}$$

المسألة الرابعة:

يتفاعل محلول حمض الخل مع محلول هيدروكسيد البوتاسيوم، فإذا علمت أن حرارة تأين حمض

$$\text{الخل} = 1.4 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

المطلوب:

1. احسب حرارة تعديل التفاعل الحاصل.
2. اكتب المعادلة الحرارية المعبّرة عن التفاعل الحاصل.

الحل:

$$\Delta H_N = -57.7 + \Delta H_I \Rightarrow \Delta H_N = -57.7 + 1.4 \Rightarrow \Delta H_N = -56.3 \text{ kJ.mol}^{-1} \quad -1$$



المسألة الخامسة:

لديك المعادلة الحرارية الآتية:



المطلوب:

1. احسب طاقة الرابطة $\Delta H_b(\text{O-H})$ اعتمادًا على جدول طاقات الروابط الآتي:

الرابطة	C - H	C - O	C - C	C = C
طاقة الرابطة (kJ.mol^{-1}) ΔH_b	415	351	344	615

2. هل هذا التفاعل ناشر أم ماص للحرارة؟ علّل إجابتك.

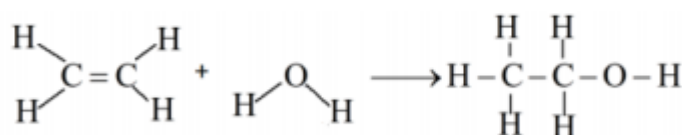
الحل:

-1

$$\Delta H_{\text{rxn}} = \sum \Delta H_b - \sum \Delta H_b$$

مواد ناتجة مواد متفاعلة

نكتب الصيغ المنشورة:



$$\Delta H_{\text{rxn}} = [4\Delta H_{\text{b}(\text{C-H})} + \Delta H_{\text{b}(\text{C}=\text{C})} + 2\Delta H_{\text{b}(\text{O-H})}] - [5\Delta H_{\text{b}(\text{C-H})} + \Delta H_{\text{b}(\text{C-C})} + \Delta H_{\text{b}(\text{C-O})} + \Delta H_{\text{b}(\text{O-H})}]$$

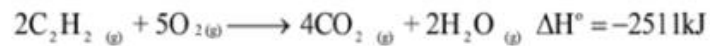
$$-32 = [4(415) + 615 + 2\cancel{\Delta H_{\text{b}(\text{O-H})}}] - [5(415) + 344 + 351 + \cancel{\Delta H_{\text{b}(\text{O-H})}}]$$

$$-32 = [615 + \Delta H_{\text{b}(\text{O-H})}] - [415 + 344 + 351] \Rightarrow \Delta H_{\text{b}(\text{O-H})} = 463 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

- 2- تفاعل ناشر للحرارة لأن $\Delta H_{\text{rxn}}^\circ < 0$

المسألة السادسة:

لديك المعادلة الحرارية الآتية:

إذا علمت أن: $\Delta H_f^\circ(CO_2) = -393.5 \text{ kJ mol}^{-1}$, $\Delta H_f^\circ(H_2O) = -241.8 \text{ kJ mol}^{-1}$.

المطلوب:

- احسب إنتالبيّة التكوّن القياسية للإستلين C_2H_2 .
- احسب حرارة احتراق الإستلين.
- ما قيمة إنتالبيّة التفكك القياسية لبخار الماء؟

الحل: يجب تعديل حرارة تكون بخار الماء من -286 إلى -241.8

$$\Delta H^\circ = \sum \Delta H_f^\circ - \sum \Delta H_f^\circ$$

مواد ناتجة مواد داخلية

$$\Delta H_{rxn} = [4\Delta H_f^\circ(CO_2) + 2\Delta H_f^\circ(H_2O)] - [2\Delta H_f^\circ(C_2H_2) + 5\Delta H_f^\circ(O_2)]$$

$$-2511 = [4 \times (-393.5) + 2 \times (-241)] - [2\Delta H_f^\circ(C_2H_2) + 5 \times 0]$$

$$2\Delta H_f^\circ(C_2H_2) = -2056 + 2511 = 455$$

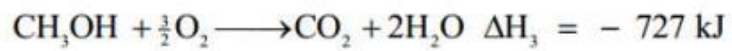
$$\Delta H_f^\circ(C_2H_2) = 227.5 \text{ kJ}$$

المسألة السابعة:

إذا علمت أن حرارة احتراق الميثانول CH_3-OH القياسية تُساوي $(-727 \text{ kJ mol}^{-1})$. وإنتالبيّة التشكّل القياسية لـ $\Delta H_f^\circ(H_2O) = -286 \text{ kJ mol}^{-1}$, $\Delta H_f^\circ(CO_2) = -393.5 \text{ kJ mol}^{-1}$. المطلوب: حساب إنتالبيّة تشكّل الميثانول القياسية.

الحل:

نكتب المعادلة الحرارية المعرّة عن احتراق الميثانول:



$$\Delta H_{rxn}^\circ = \sum \Delta H_f^\circ - \sum \Delta H_f^\circ$$

مواد متفاعلة مواد ناتجة

$$\Delta H_{rxn}^\circ = [\Delta H_f^\circ(CO_2) + 2\Delta H_f^\circ(H_2O)] - [\Delta H_f^\circ(CH_3OH) + \frac{3}{2}\Delta H_f^\circ(O_2)]$$

$$-727 = [-393.5 + 2(-286)] - [\Delta H_f^\circ(CH_3OH) + 0]$$

$$\Delta H_f^\circ(CH_3OH) = 727 - 393.5 - 572 = -238.5 \text{ kJ mol}^{-1}$$

المسألة الثامنة:

اعتماداً على جدول قيم طاقات الروابط احسب إنتالبيّة التكوّن القياسية لـ HBr . انطلاقاً من عناصره الأولية.

$$\Delta H_{rxn} = \sum \Delta H_b - \sum \Delta H_b$$

مواد ناتجة مواد متفاعلة

$$\Delta H_{rxn}^\circ = [\Delta H_{b(H-Br)} + \Delta H_{b(H-Br)}] - [2\Delta H_{b(H-Br)}]$$

$$\Delta H_{rxn}^\circ = [436 + 193] - [2(366)]$$

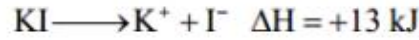
$$\Delta H_{rxn}^\circ = [328 + 436] - [415 + 432] = -103 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta H_f^\circ(HBr) = \frac{-103}{2} = -51.5 \text{ kJ mol}^{-1}$$

المسألة التاسعة:

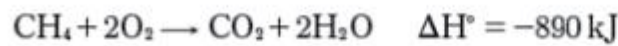
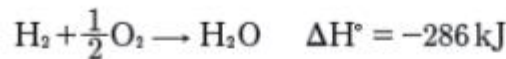
اكتب المعادلة الحرارية المُعبّرة عن ذوبان يوديد البوتاسيوم بالماء المُقطّر، ثمّ احسب الحرارة المولية لذوبانه، إذا علمت أن: طاقة التبلور 632 kJ.mol^{-1} ، وطاقة التميّه -619 kJ.mol^{-1} .

$$\Delta H_s = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 632 - 619 = +13 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



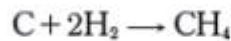
المسألة العاشرة:

اعتماداً على التفاعلات المُمثّلة بالمعادلات الآتية،



المطلوب:

1. ما قيمة حرارة احتراق الميثان.
2. ما قيمة إنتالبية التفكك القياسية للماء؟
3. احسب تغيّر إنتالبية التفاعل الآتي:



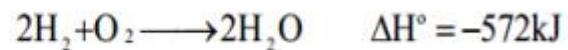
$$\Delta H^\circ = -890 \text{ kJ} \quad -1$$

$$\Delta H_d^0 = -\Delta H_f^0 = +286 \text{ kJ.mol}^{-1} \quad -2$$

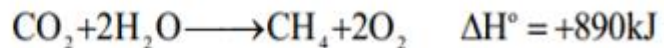
3- تبقّى الأولى كما هي:



نضرب المعادلة الثانية بـ 2



نعكس المعادلة الثالثة:



نجمع المعادلات ونختصر:



$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

$$\Delta H = -393.5 - 572 + 890 = -75.5 \text{ kJ}$$

