



SAMER ALSOSO
ELECTRONICS ENGINEER

دراسة إشارة مقدار وجذور المعادلات

المعادلة من الدرجة الثانية :

تكون المعادلة من الشكل: $ax^2 + bx + c = 0$ ويكون لدينا أكثر من طريقة لحل هذه المعادلة كما يلي :

- 1- **المعادلة من ثلاث حدود** : يتم حلها إما بالتحليل المباشر أو عن طريق الدلتا حيث عندما يكون أمثال x^2 هو واحد حصراً نستخدم التحليل المباشر إذا لم نتمكن من التحليل نستخدم طريقة الدلتا .

أمثلة :

- 1- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

نبحث عن عددين ضربهما العدد الثالث أي 5 وجمعهما

$$\text{أمثال } x \text{ أي } 6 : (x + 5)(x + 1) = 0$$

$$\text{أما } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$\text{أو } x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

المجال	$-\infty$	-5	-1	$+\infty$
$x^2 + 6x + 5$		+	0	+
		يوافق إشارة x^2	بخلاف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] -5 -1 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] -\infty -5 [\cup] -1 +\infty [$

- 2- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = 1, b = 6, c = 5$$

$$x_1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{1} = 5, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6$$

- 3- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + 3x = 4$$

$$x^2 + 3x = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x + 4) = 0$$

$$\text{أما } x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$\text{أو } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

المجال	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$x^2 + 3x - 4$		+	0	+
		يوافق إشارة x^2	بخلاف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] -4 1 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] -\infty -4 [\cup] 1 +\infty [$

المعادلة من الدرجة الأولى :

تكون المعادلة من الشكل : $ax + b = 0$ وتكون خطوات إيجاد الجذر كما يلي :

- 1- فك الأقواس إن وجدت .
- 2- عزل كل من المجاهيل والمعاليم كلاً في طرف مع تغيير إشارة المقدار الذي يغير طرفه .
- 3- التقسيم على أمثال المتغير .

- 1- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$5(x - 2) + 2 = 3(2x + 2) + 1$$

الحل :

$$5x - 10 + 2 = 6x + 6 + 1$$

$$5x - 8 = 6x + 7$$

$$5x - 6x = 7 + 8 \Rightarrow -x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{-1} = -15$$

لدراسة إشارة المقدار نكتب المعادلة بالشكل العام :

$$-x = 15 \Rightarrow -x - 15 = 0$$

المجال	$-\infty$	-15	$+\infty$
$-x - 15$		+	-
		يوافق إشارة x	بخلاف إشارة x

المقدار موجب على المجال : $I =] -\infty -15 [$

المقدار سالب على المجال : $I =] -15 +\infty [$

- 2- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$+2x - 4 = 2$$

$$2x - 4 = 2$$

الحل :

$$2x = 2 + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

لدراسة إشارة المقدار نكتب المعادلة بالشكل العام :

$$+2x - 4 = 2 \Rightarrow 2x - 6 = 0$$

المجال	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x - 6$		-	+
		بخلاف إشارة x	يوافق إشارة x

المقدار سالب على المجال : $I =] -\infty 3 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] 3 +\infty [$

2- المعادلة من ثلاث حدود باستخدام طريقة الدلتا :

إذا لم تتمكن من عملية التحليل المباشر أو إذا كان لدينا أمثال لـ x^2 نستخدم طريقة الدلتا كما يلي :

تكون المعادلة من الشكل : $ax^2 + bx + c = 0$

نحسب المحدد : $\Delta = b^2 - 4ac$

ونميز الحالات التالية :

1- $\Delta < 0$ تكون المعادلة مستحيلة الحل وتكون

إشارة المقدار من إشارة x^2 .

2- $\Delta = 0$ يكون للمعادلة حل مضاعف هو $x = \frac{-b}{2a}$

وتكون إشارة المقدار من إشارة x^2 .

3- $\Delta > 0$ يكون للمعادلة حلين مختلفين هما :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

أمثلة :

1- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + x + 1 = 0$$

نبحث عن عددين ضربهما العدد الثابت أي 1 وجمعهما

أمثال X أي 1 لا يوجد وبالتالي نلجأ إلى طريقة الدلتا :

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(1)$$

$$= 1 - 4 = -3 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{مستحيلة الحل}$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي

مثالنا هنا موجب أي المقدار موجب على المجال :

$$I =] - \infty + \infty [$$

2- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$4x^2 - 2x + 5 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = 4, b = -2, c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(4)(5)$$

$$= 4 - 80 = -76 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{مستحيلة الحل}$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي

مثالنا هنا موجب أي المقدار موجب على المجال :

$$I =] - \infty + \infty [$$

3- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-2x^2 - 5x - 7 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = -2, b = -5, c = -7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(-2)(-7)$$

$$= 25 - 56 = -31 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{مستحيلة الحل}$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي

مثالنا هنا المقدار سالب أي المقدار سالب على المجال :

$$I =] - \infty + \infty [$$

4- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = 1, b = 3, c = -4$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

5- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

نضرب المعادلة بإشارة سالب لتخلص من إشارة السالب

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

الحل :

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\text{أما } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{أو } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

لدراسة إشارة المقدار نكتب المعادلة بالشكل العام :

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$

المجال	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
	-	0	+	0	-
$-x^2 + 5x - 6$	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2	يوافق إشارة x^2	

المقدار موجب على المجال : $I =]2, 3[$

المقدار سالب على المجال : $I =]-\infty, 2[\cup]3, +\infty[$

6- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = -1, b = 5, c = -6$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{-1} = 6, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{-1} = 5$$

7- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)(x + 2) = 0$$

الحل :

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

نلاحظ لدينا جذر مضاعف وبالتالي تكون إشارة التابع من

إشارة x^2 على كل المجال وفي مثالنا هنا موجب أي :

المقدار موجب على المجال : $I =]-\infty + \infty [$

8- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = 1, b = 4, c = 4$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

9- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

الحل :

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

نلاحظ لدينا جذر مضاعف وبالتالي تكون إشارة التابع من

إشارة x^2 على كل المجال وفي مثالنا هنا سالب أي :

المقدار سالب على المجال : $I =]-\infty + \infty [$

8- أوجد جذور المعادلة ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = 3, b = 4, c = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{3}$$

9- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-2x^2 - 3x - 1 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = -2, b = -3, c = -1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(-2)(-1)$$

$$= 9 - 8 = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1 \Rightarrow \text{حل مختلفين}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - 1}{2(-2)} = \frac{2}{-4} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + 1}{2(-2)} = \frac{4}{-4} \Rightarrow x_2 = -1$$

المجال	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x^2 - 3x - 1$	-	0	+	-
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2

المقدار موجب على المجال : $I =] -1, -\frac{1}{2} [$

المقدار سالب على المجال : $I =] -\infty, -1 [\cup] -\frac{1}{2}, +\infty [$

10- أوجد جذور المعادلة ومجموع الحلول للمعادلة السابقة

$$a = -2, b = -3, c = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

3- المعادلة من حدين بحدين x :

يتم حلها عن طريق سحب x عامل مشترك كما يلي :

أمثلة :

1- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(\frac{x^2}{x} + \frac{3x}{x}) = 0 \Rightarrow x(x + 3) = 0$$

$$\text{إما } x = 0$$

$$\text{أو } x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

المجال	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$x^2 + 3x$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] -3, 0 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] -\infty, -3 [\cup] 0, +\infty [$

4- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-3x^2 + 6x - 3 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = -3, b = 6, c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (6)^2 - 4(-3)(-3)$$

$$= 36 - 36 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \text{حل مضاعف}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(-3)} = \frac{-6}{-6} \Rightarrow x = 1$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي مثالنا هذا المقدار سالب أي المقدار سالب على المجال :

$$I =] -\infty, +\infty [$$

5- أوجد جذور المعادلة ومجموع الحلول للمعادلة السابقة .

$$a = -3, b = 6, c = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{-3} = 1, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{-3} = 2$$

6- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = 2, b = -4, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(2)(2)$$

$$= 16 - 16 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \text{حل مضاعف}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(2)} = \frac{4}{4} \Rightarrow x = 1$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي مثالنا هذا المقدار موجب أي المقدار موجب على المجال :

$$I =] -\infty, +\infty [$$

7- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

نستخدم طريقة الدلتا لوجود أمثال لـ x^2 :

$$a = 3, b = 4, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (4)^2 - 4(3)(1)$$

$$= 16 - 12 = 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2 \Rightarrow \text{حل مختلفين}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 2}{2(3)} = \frac{-6}{6} \Rightarrow x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 2}{2(3)} = \frac{-2}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{3}$$

المجال	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x^2 + 4x + 1$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] -1, -\frac{1}{3} [$

المقدار موجب على المجال : $I =] -\infty, -1 [\cup] -\frac{1}{3}, +\infty [$

2- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-3x^2 - 27 = 0$$

$$-3x^2 + 27 = 0 \Rightarrow -3x^2 = -27$$

$$\Rightarrow x^2 = -9$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي مثالنا هنا سالب أي المقدار سالب على المجال :

$$I =] - \infty + \infty [$$

3- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$$

المجال	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$x^2 - 4$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] - 2 \ 2 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] - \infty - 2 [\cup] 2 + \infty [$

4- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$a = 1, b = 4, c = -4$$

$$x_1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

5- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-x^2 + 3 = 0$$

$$-x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$$

المجال	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$-x^2 + 3$	-	0	+	-
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار موجب على المجال : $I =] - \sqrt{3} \ \sqrt{3} [$

المقدار سالب على المجال : $I =] - \infty - \sqrt{3} [\cup] \sqrt{3} + \infty [$

6- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-2x^2 + 32 = 0$$

$$-2x^2 = -32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4$$

المجال	$-\infty$	-4	4	$+\infty$
$-2x^2 + 32$	-	0	+	-
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار موجب على المجال : $I =] - 4 \ 4 [$

المقدار سالب على المجال : $I =] - \infty - 4 [\cup] 4 + \infty [$

2- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$a = 1, b = 3, c = 0$$

$$x_1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

3- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$-x^2 + x = 0$$

$$x \left(\frac{-x^2}{x} + \frac{x}{x} \right) = 0 \Rightarrow x(-x + 1) = 0$$

$$\text{إما } x = 0$$

$$\text{أو } x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

المجال	$-\infty$	0	-1	$+\infty$
$-x^2 + x$	-	0	+	-
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار موجب على المجال : $I =] 0 \ -1 [$

المقدار سالب على المجال : $I =] - \infty 0 [\cup] -1 + \infty [$

4- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$x \left(\frac{2x^2}{x} - \frac{4x}{x} \right) = 0 \Rightarrow x(2x - 4) = 0$$

$$\text{إما } x = 0$$

$$\text{أو } -2x - 4 = 0 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2$$

المجال	$-\infty$	0	-2	$+\infty$
$2x^2 - 4x$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار سالب على المجال : $I =] 0 \ -2 [$

المقدار موجب على المجال : $I =] - \infty 0 [\cup] -2 + \infty [$

4- المعادلة من حدين وتحتوي x^2 فقط :

يتم حلها عن طريق عزل x^2 حيث يجب أن يكون مقدار موجب تماماً بعد العزل ومن ثم نأخذ جذر الرقم بالقيمة الموجبة والسالبة أما إذا كان المقدار سالب بعد العزل فالمعادلة مستحيلة الحل كما يلي :

أمثلة :

1- أوجد جذور المعادلة وادرس إشارة المقدار :

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$

إذا إشارة المقدار من إشارة x^2 على كل المجال وفي

مثالنا هنا موجب أي المقدار موجب على المجال :

$$I =] - \infty + \infty [$$

3- ادرس إشارة المقدار :

$$(x+1)(x-3)^2(x-5)^3 = 0$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=+3 \quad \text{الأس مرتبة زوجية}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

$$x-5=0 \Rightarrow x=5 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

المجال	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$	
$F(X)$		+	0	-	0	+

نوجد إشارة أحد المجالات وسوف أختار المجال الثاني لأنه يحوي على الصفر لسهولة الحساب نجد :

$$F(0) = (0+1)(0-3)^2(0-5)^3 = (+)(+)(-) = (-)$$

وبقية المجالات نراعي الجذور الفردية تغير الإشارة والزوجية لا تغير الإشارة كما ذكرنا سابقاً .

$$I =]-1 \quad 3 [\cup]3 \quad 5 [\quad \text{المقدار سالب على المجال}$$

$$I =]-\infty -1 [\cup]5 +\infty [\quad \text{المقدار موجب على المجال}$$

• **المتراجحات :** وهي دراسة إشارة مقدار كما تعلمنا سابقاً واختيار المجال المطلوب إما أصغر من الصفر أي المجال السالب أو أكبر من الصفر أي المجال الموجب يوجد أربع احتمالات كما يلي :

1- $f(x) \geq 0$: هنا نأخذ المجال الموجب مع قيمة الصفر أي الأقواس تكون للدخل عند الأرقام في المجال .

2- $f(x) > 0$: هنا نأخذ المجال الموجب دون قيمة الصفر أي الأقواس تكون للخارج عند الأرقام في المجال .

3- $f(x) \leq 0$: هنا نأخذ المجال السالب مع قيمة الصفر أي الأقواس تكون للدخل عند الأرقام في المجال .

4- $f(x) < 0$: هنا نأخذ المجال السالب دون قيمة الصفر أي الأقواس تكون للخارج عند الأرقام في المجال .

أمثلة :

$$1- \text{أوجد حل المتراجحة } 2x - 4 \geq x - 5$$

الحل : نجعل المتراجحة في طرف واحد ومن ثم نوجد إشارة المقدار ونأخذ المجال المطلوب :

$$2x - 4 - x + 5 \geq 0$$

$$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

المجال	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	-	0	+

حيث المتراجحة أكبر أو تساوي الصفر وبالتالي نأخذ المجال الموجب والأقواس للدخل عند الأرقام فقط لأننا نريد الصفر أيضاً كما يلي :

$$I = [-1 \quad +\infty [$$

لو كانت المعادلة أصغر أو يساوي الصفر لأخذنا المجال الآخر .

• **النوع الأخير من المعادلات جاء عوامل من مراتب فردية أو زوجية :** لدراسة إشارة هذه المقادير نوجد جذر كل حد ونميز ما يلي :

1- الحد ذو مرتبة زوجية لا يغير التابع إشارة

2- الحد ذو مرتبة فردية يغير التابع إشارة

3- لمعرفة إشارة التابع نأخذ قيمة ضمن أي مجال ونجد إشارة ونوجد إشارات باقي المجالات بالاعتماد على إشارات المجال المستخدم .

أمثلة :

1- ادرس إشارة المقدار :

$$(x+2)^3(x-1)^2(3-x)^5 = 0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{الأس مرتبة زوجية}$$

$$3-x=0 \Rightarrow x=3 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

المجال	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$F(X)$		-	0	+	0	-

حيث نعوض قيمة من المجال الأول وعلى أساسها نضع بقية الإشارات مع مراعات إذا كان الأس فردي أو زوجي لبقية الحدود أي :

نأخذ قيمة من المجال الأول ولنكن 4- نجد :

$$F(-4) = (-4+2)^3(-4-1)^2(3-(-4))^5$$

$$F(-4) = (-2)^3(-5)^2(7)^5 = (-)(+)(+) = (-)$$

حيث إشارة السالب للأس الفردي تبقى سالب أو للأس الزوجي تصبح موجب .

وإشارة الموجب لا تتغير مهما كان الأس تبقى موجب .

حيث أوجدنا إشارة أول مجال ولدينا 2- جذر من مرتبة فردية وبالتالي يغير التابع إشارة ولدينا 1 جذر من مرتبة زوجية وبالتالي لا يغير التابع إشارة ولدينا 3 جذر من مرتبة فردية وبالتالي يغير التابع إشارة .

المقدار موجب على المجال : $I =]-2 \quad 1 [\cup]1 \quad 3 [$

المقدار سالب على المجال : $I =]-\infty -2 [\cup]3 +\infty [$

2- ادرس إشارة المقدار :

$$(x+3)(x-1)(x+2) = 0$$

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{الأس مرتبة فردية}$$

المجال	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$
$F(X)$	-	0	+	0	+

نوجد إشارة أحد المجالات وسوف أختار المجال الثالث لأنه يحوي على الصفر لسهولة الحساب نجد :

$$F(0) = (0+3)(0-1)(0+2) = (+)(-)(+) = (-)$$

وبقية المجالات نراعي الجذور حيث الجذور فردية وبالتالي يغير التابع إشارة عند كل جذر .

$$I =]-3 \quad -2 [\cup]1 \quad +\infty [\quad \text{المقدار موجب على المجال}$$

$$I =]-\infty -3 [\cup]-2 \quad 1 [\quad \text{المقدار سالب على المجال}$$

5- أوجد حل المتراجحة: $2x^2 - 5x + 2 < 0$
الحل: نوجد إشارة المقدار كما تعلمنا سابقاً حيث المعادلة من حدين ونأخذ المجال المطلوب:

$$a = 2, b = -5, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(2)(2)$$

$$= 25 - 16 = 9 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3 \Rightarrow \text{حل مختلفين}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-3}{2(2)} = \frac{2}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+3}{2(2)} = \frac{8}{4} \Rightarrow x_2 = 2$$

المجال	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$x^2 + 3x$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المتراجحة أصغر من الصفر نأخذ المجال السالب فقط من دون الصفر كما تعلمنا والأقواس إلى الخارج عند الأرقام

$$I =] \frac{1}{2} \quad 2]$$

6- أوجد حل المتراجحة: $x^2 - 4x + 5 > 0$

الحل: نوجد إشارة المقدار كما تعلمنا سابقاً حيث لم نستخدم التحليل المباشر لأننا لم نستطع إيجاد عددين ضربهما 5 وجمعهم -4. لذلك نستخدم طريقة الدلتا:

$$a = 1, b = -4, c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4(1)(5)$$

$$\Delta = 16 - 20 = -4$$

مستحيلة الحل وبالتالي إشارة التابع من إشارة x^2 على طول المجال أي موجب والمتراجحة موجبة لأنها أكبر من الصفر فحل

$$I =] -\infty \quad +\infty]$$

7- حل المتراجحة التالية: $-x^2 + 4x - 3 > 0$

نضرب المعادلة بإشارة سالب لتتخلص من إشارة السالب

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\text{أما } x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$\text{أو } x-3=0 \Rightarrow x=3$$

لدراسة إشارة المقدار نكتب المعادلة بالشكل العام:

$$-x^2 + 4x - 3$$

المجال	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$-x^2 + 4x - 3$	-	0	+	-
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المقدار موجب على المجال: $I =] 1 \quad 3]$ حيث المتراجحة أكبر من الصفر لذلك نختار المجال الموجب والأقواس مفتوحة لأننا لا نريد الصفر.

2- أوجد حل المتراجحة: $-3x + 9 < 0$

الحل: نوجد إشارة المقدار ونأخذ المجال المطلوب:

$$-3x + 9 < 0 \Rightarrow -3x + 9 = 0 \Rightarrow x = +3$$

المجال	$-\infty$	+3	$+\infty$
$-3x + 9$	+	0	-

حيث المتراجحة أصغر من الصفر وبالتالي نأخذ المجال السالب والأقواس للخارج عند الأرقام لأننا لا نريد الصفر كما يلي: $I =] 3 \quad +\infty [$

حيث تم وضع الإشارات في الجدول كما تعلمنا سابقاً.

3- أوجد حل المتراجحة: $4x^2 - 1 \leq 0$ (سؤال امتحان)

(التصفي)

الحل: نوجد إشارة المقدار كما تعلمنا سابقاً حيث المعادلة من حدين ونأخذ المجال المطلوب:

$$4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = +\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}$$

المجال	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4x^2 - 1$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

بما أن المتراجحة أصغر وتساوي الصفر نأخذ المجال السالب مع الصفر أي الأقواس للداخل كما يلي:

$$I = [-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}]$$

4- أوجد حل المتراجحة: $x^2 + 3x \geq 0$

الحل: نوجد إشارة المقدار كما تعلمنا سابقاً حيث المعادلة من حدين ونأخذ المجال المطلوب:

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(\frac{x^2}{x} + \frac{3x}{x}) = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0$$

$$\text{إما } x=0$$

$$\text{أو } x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

المجال	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
$x^2 + 3x$	+	0	-	+
	يوافق إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يخالف إشارة x^2	يوافق إشارة x^2

المتراجحة أكبر أو يساوي الصفر نأخذ المجال الموجب مع الصفر كما تعلمنا والأقواس إلى الداخل عند الأرقام.

$$I =] -\infty \quad -3] \cup [0 \quad +\infty [$$

6- أي من الجذور التالية حل للمعادلة السابقة :

$$[0, 2], [-2, 0]$$

$$(-2)^2 - 2(-2) = 4 + 4 = 8$$

الحل خطأ نختار خيار آخر .

نجرب الحل الثاني :

$$(2)^2 - 2(2) = 4 - 4 = 0$$

الحل صحيح نتأكد من الجذر الثاني :

$$(0)^2 - 2(0) = 0 - 0 = 0$$

الحل الصحيح هو : $[0, 2]$

7- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة التالية:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad (\text{سؤال الامتحان التصفي})$$

$$a = 1, b = -6, c = 8$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{6}{1} = 6$$

8- أي من الجذور التالية حل للمعادلة السابقة :

$$[2, 4], [-4, 2]$$

$$(-4)^2 - 6(-4) + 8 = 16 + 24 + 8 = 38$$

الحل خطأ نختار خيار آخر .

نجرب الحل الثاني :

$$(4)^2 - 6(4) + 8 = 16 - 24 + 8 = 0$$

الحل صحيح نتأكد من الجذر الثاني :

$$(2)^2 - 6(2) + 8 = 4 - 12 + 8 = 0$$

الحل الصحيح هو : $[2, 4]$

1- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة التالية:

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$a = 2, b = 0, c = -8$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{2} = -4, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{0}{2} = 0$$

2- أي من الجذور التالية حل للمعادلة السابقة :

$$[-2, 2], [-4, 4]$$

يمكن الحل بالطرق التي تعلمناها سابقاً لإيجاد الجذور أو

ممكناً تعويض الحلول في المعادلة يجب أن يحقق كلا

الحلين المعادلة كما يلي :

$$2(-4)^2 - 8 = 2(16) - 8 = 32 - 8 = 24$$

وبالتالي الجذر خطأ يجب أن يكون الناتج صفر .

نجرب الحل الثاني :

$$2(-2)^2 - 8 = 2(4) - 8 = 8 - 8 = 0$$

نتأكد من الجذر الآخر نجد :

$$2(2)^2 - 8 = 2(4) - 8 = 8 - 8 = 0$$

الحل الصحيح هو : $[-2, 2]$

3- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة التالية:

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$a = 2, b = 5, c = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{2} = 1, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{2}$$

4- أي من الجذور التالية حل للمعادلة السابقة :

$$[\frac{1}{2}, 2], [-2, \frac{-1}{2}], [-2, 1]$$

$$2(-2)^2 + 5(-2) + 2 = 2(4) - 10 + 2 = 8 - 10 + 2 = 0$$

الحل صحيح نتأكد من الحل الثاني نجد

$$2(1)^2 + 5(1) + 2 = 2 + 5 + 2 = 9$$

الحل خطأ نختار خيار آخر .

نجرب الحل الثاني :

عند 2- صحيح أوجدناه سابقاً نوجد عند $\frac{-1}{2}$

$$2(\frac{-1}{2})^2 + 5(\frac{-1}{2}) + 2 = 2(\frac{1}{4}) - \frac{5}{2} + 2$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} + 2 = -\frac{4}{2} + 2 = 0$$

الحل الصحيح هو : $[-2, \frac{-1}{2}]$

5- أوجد جذاء الحلول ومجموع الحلول للمعادلة التالية:

$$x^2 - 2x = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0, x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{1} = 2$$